

**12/1/5**

**Одобрено кафедрой  
«Тяговый подвижной  
состав»**

# **АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

**Задание на контрольную работу  
с методическими указаниями  
для студентов V курса  
заочной формы обучения  
специальности**

**190303.65 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТРАНСПОРТ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ  
(ТЭ)**

**РОАТ**

**Москва – 2011**

Составитель — канд. техн. наук, доц. С.И. Баташов

Рецензент — д-р техн. наук, проф. А.С. Космодамианский

---

## АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Задание на контрольную работу  
с методическими указаниями

Редактор *Д.Н. Тихонычев*  
Корректурa *Г.В. Тимченко*  
Компьютерная верстка *О.А. Денисова*

---

Тип. зак.	Изд. зак. 132	Тираж 300 экз.
Подписано в печать 10.11.11	Гарнитура NewtonС	
Усл. печ. л. 2,75		Формат 60×90 <sub>1/16</sub>

---

Редакционный отдел  
Информационно-методического управления РОАТ,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Участок оперативной печати  
Информационно-методического управления РОАТ,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

## **ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ПРОЕКТА**

Контрольная работа по дисциплине «Автоматические системы управления ЭПС» предусматривает синтез САР и анализ качества процессов регулирования. Исходными данными являются: передаточная функция САУ ЭПС и показатели качества регулирования.

## **ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Проект оформляется в виде расчетно-пояснительной записки, написанной на одной стороне односортной бумаги формата А4 (210×297 мм), таблиц, схем и графиков, выполненных с учетом требований ЕСКД (ГОСТ 2.105-68) на формате А3 или А4. При этом текст пояснительной записки рекомендуется располагать на листе с соблюдением следующих полей: левого — 25 мм, правого, верхнего и нижнего — не менее 10мм.

Текст записки следует разделить на разделы, подразделы и пункты, которые нумеруются арабскими цифрами, разделительными точками. Разделы и подразделы должны иметь заголовки, отражающие их содержание. Страницы нумеруются арабскими цифрами в правом верхнем углу.

В тексте расчетно-пояснительной записки должны входить исходные данные, краткие обоснования выбранных решений и необходимые пояснения к выполнению расчетов, расчетные формулы и полученные результаты. При оформлении расчетной части записки первоначально записывается наименование рассчитываемой величины, расчетная формула в общем виде, после чего через знак равенства ее численное выражение, полученное путем подстановки в формулу исходных величин, и результат. Значения символов и числовых коэффициентов, входящих в формулы, необходимо расшифровать. При этом величины, повторно встречающиеся в расчетных формулах, не поясняются.

Подстановку численных значений необходимо делать один раз, не приводя промежуточных вычислений, и указать затем только конечный результат.

Пример записки расчетной операции: «Индуктивность обмотки возбуждения ТЭД»

$$L_{\text{ов}} = 2p\sigma W_{\text{ов}}k,$$

где  $p$  — число пар полюсов ТЭД;

$\sigma$  — коэффициент рассеяния магнитного потока главных полюсов;

$W_{\text{ов}}$  — число витков катушки главных полюсов;

$k$  — постоянный коэффициент, численно равный тангенсу угла наклона касательной к кривой намагничивания при токе  $I_p$ :

$$k = \operatorname{tg}\alpha;$$

$I_p$  — ток ТЭД, необходимый для движения поезда заданной массы с заданной скоростью по расчетному подъему, значение которого определяется по тяговой характеристике.

Если на основании расчетной формулы требуется выполнить несколько однотипных расчетов, то формулу следует записать только один раз, а затем привести ее численные выражения и результаты вычислений.

Текст пояснительной записки следует писать в безличной форме. Сокращение слов, кроме общепринятых: табл., рис. и т.д., и т.п., не допускается. Не рекомендуется переписывать выдержки из методических пособий и другой литературы. Если необходимо сделать пояснения к принятым решениям и выполненным расчетам, то нужно сформулировать их как можно лаконичнее. Ссылки на литературные источники в тексте записки приводят в квадратных скобках (например, [1]), номер в скобках соответствует порядковому номеру по списку литературы, который помещается в конце записки и должен быть составлен в соответствии с ГОСТ 7.1-76. В качестве примера может быть использован список, приведенный в настоящем задании на курсовой проект.

Результаты расчетов следует, по возможности, сводить в таблицы и приводить в виде графиков. Таблицы, графики и другой

иллюстративный материал в расчетно-пояснительной записке следует выполнять карандашом или шариковой ручкой на миллиметровой бумаге формата А4 или А3.

Для удобства построения и пользования графиками координатные оси нужно проводить по жирным линиям миллиметровой сетки, расчетные точки, через которые проводятся линии графика, должны быть видны на кривых.

Для графических построений важен правильный выбор масштабов, обеспечивающий требуемую точность отсчета данных из графика. При этом необходимо пользоваться только нормальным рядом масштабов: 1; 2; (2,5); 4;  $5 \times 10 \pm n$  ед/мм, где  $n$  — любое число.

Все таблицы и рисунки должны иметь сквозную нумерацию и название, которое помещается под таблицей и под рисунком. В тексте записки необходимо делать ссылки на иллюстративный материал в сокращенном виде: рис. 1, табл. 2 и т.д. Рисунки и таблицы размещают после ссылки на них в тексте работы или на следующей странице так, чтобы таблицу не переносить на другую страницу, а также в случае, если они выполнены на отдельных листах.

В начале записки помещается содержание, в котором указывают названия разделов и подразделов с указанием соответствующих страниц текста.

Далее следует текст расчетно-пояснительной записки, который должен состоять из введения, разделов и подразделов контрольной работы, заключения. Во введении должно быть отражено значение автоматизации для железнодорожного транспорта, последние достижения в этой области, перспективы развития и сформулирована цель данной работы.

Последним разделом расчетно-пояснительной записки должно быть заключение или выводы по работе, в котором дается краткий анализ полученных результатов, вывод о пригодности разработанной системы автоматического регулирования и, в случае необходимости, рекомендации, позволяющие получить заданные показатели качества регулирования.

В конце записки приводится список литературы, используемой при выполнении контрольной работы.

Оформленная контрольная работа сдается на проверку. Ошибки, отмеченные рецензентом, должны быть исправлены аккуратно. Для исправлений можно использовать обратную (чистую) сторону предыдущего листа. При большом количестве исправлений страницу можно переписать и подклеить к странице с замечаниями рецензента.

Выполнение перечисленных требований к оформлению работы является обязательным условием для допуска ее к защите.

## **СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Целью выполнения контрольной работы является приобретение студентами практических навыков расчета простейших систем автоматического регулирования (САР) и автоматического управления (САУ), применяемых на электрическом подвижном составе, а также исследование их динамических характеристик.

В контрольной работе должны быть решены следующие основные вопросы (даются в рекомендуемой последовательности их выполнения):

- 1) Составление структурной схемы системы.
- 2) Синтез системы автоматического регулирования (управления).
- 3) Расчет статических и динамических характеристик скорректированной системы.
- 4) Анализ процесса в регулируемом объекте при действии различных возмущающих и управляющих сигналов, оценка качества переходных процессов.

Контрольная работа должна содержать:

- расчетно-пояснительную записку объемом 10-15 страниц рукописного или машинописного текста;
- структурную схему САР или САУ — формат А4;
- амплитудно-фазовые характеристики системы — формат А4, А3;
- вещественную частотную характеристику системы — формат А4;

- переходную характеристику системы — формат А4;
- другие чертежи, графики, рисунки по усмотрению студента с целью раскрытия сущности решаемых вопросов и придания большей иллюстративности содержанию работы.

## ПОРЯДОК РАСЧЕТА

### *Выбор исходных данных*

При выборе исходных данных шифр представляется следующим образом:

Последние четыре цифры учебного шифра	0	4	2	9
Условное обозначение для выбора исходных данных	<i>N4</i>	<i>N3</i>	<i>N2</i>	<i>N1</i>

1) Порядок астатизма САР определяется суммой трех последних цифр учебного шифра:

Порядок астатизма	$N1 + N2 + N3$
1	Четное число
2	Нечетное число

2) Перерегулирование САР определяется суммой  $N1 + N3$ :

$N1 + N3$	0÷3	4÷7	8÷11	12÷15	16÷19
$\sigma, \%$	10	15	20	25	30

3) Время регулирования САР определяется суммой  $N2 + N3$ :

$N2 + N3$	0÷7	8÷14	15÷19
$t_p, c$	0,05	0,1	0,15

4) Передаточная функция разомкнутой САР имеет вид:

$$W(p) = \frac{K \cdot (T_1 p + 1)}{(T_2 p + 1) \cdot (T_3 p + 1)};$$

5) Коэффициент передачи системы определяется следующей формулой:

$$K = 40 + 3(N1 + N3);$$

б) Постоянные времени передаточной функции САР определяются последней цифрой учебного шифра:

$M1$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_1$	0	0	0	0	0	0	0,4	0,4	0,5	0,5
$T_2$	0	0	0	0,2	0,2	0,2	0	0	0	0
$T_3$	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0,5	0,6	0,6	0,7

### *Синтез систем автоматического регулирования (управления)*

1) Составление структурной схемы скорректированной САР и определение ЛАЧХ корректирующих звеньев. В контрольной работе синтез САР (САУ) производится по логарифмическим амплитудно-частотным характеристикам (ЛАЧХ) и включает в себя следующие операции:

- по заданной передаточной функции разомкнутой САР, (САУ) строится ЛАЧХ исходной САР;
- на основании требований, предъявляемых к проектируемой системе построить желаемую ЛАЧХ;
- выбрать величину перерегулирования  $\sigma$  исходя из условия обеспечения необходимого запаса устойчивости;
- выбрать величину времени регулирования  $t_p$ , т.е. времени переходного процесса;
- по графику зависимости  $\lambda_\sigma = f(\sigma)$  (рис. 1) найти величину  $\lambda_\sigma$ , соответствующую выбранному перерегулированию  $\sigma$ ;

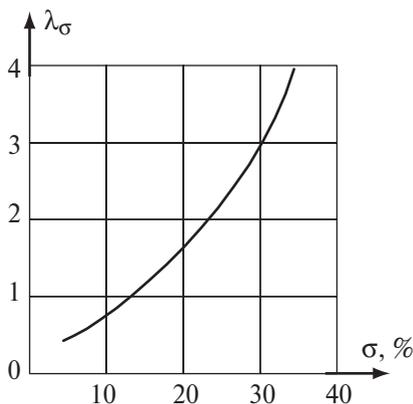


Рис. 1. График зависимости  $\lambda_\sigma = f(\sigma)$

- вычислить частоту среза  $\omega_{\text{ср}}$ , зависящую от времени регулирования  $t_p$  и перерегулирования  $\sigma$ ;
- разделить частотную область ЛАЧХ на три части: низкочастотную, среднечастотную, высокочастотную;
- определить частоты сопряжения центрального отрезка среднечастотной части ЛАЧХ с предыдущим и последующим отрезками;
- сравнить исходную и желаемую ЛАЧХ и сделать вывод о необходимости корректировки (синтеза) системы автоматического регулирования (управления);
- в случае необходимости синтеза САР выбрать один из возможных способов включения корректирующих звеньев для получения скорректируемой (желаемой) ЛАЧХ;
- составить структурную схему скорректированной САР, удовлетворяющей требованиям, предъявляемым к проектируемой системе;
- вычислить передаточную функцию корректирующего звена, по виду которой определяется способ решения задачи синтеза САР;
- графическим вычитанием определить ЛАЧХ корректирующего звена.

2) Подбор звеньев корректирующей цепи, реализующих скорректированную (желаемую) ЛАЧХ:

- по таблицам типовых корректирующих звеньев подобрать звенья, позволяющие реализовать требуемую ЛАЧХ (такую ЛАЧХ можно получить с помощью последовательного включения различных звеньев);
- после выбора корректирующих звеньев определить частотную характеристику корректирующей цепочки;
- графическим сложением находят график ЛАЧХ корректирующей цепочки;
- сравнить графики ЛАЧХ корректирующей цепочки — требуемой и полученной в результате использования типовых корректирующих звеньев — и сделать вывод о возможности применения такой корректирующей цепи;
- по графику ЛАЧХ корректирующей цепи определить частоты сопряжения и рассчитать постоянные времени;
- вычислить коэффициент усиления корректирующего звена.

3) Построение логарифмической фазо-частотной характеристики (ЛФЧХ):

— используя уравнение частотной характеристики составить выражение для вычисления фазовой частотной характеристики (ФЧХ);

— определить диапазон частот для построения ФЧХ;

— данные расчета ФЧХ свести в табл. 1:

Таблица 1

Частота, Гц	$\operatorname{arctg} \omega T_1$ , град	...	$\operatorname{arctg} \omega T_n$ , град	$\gamma_{\text{скр}}(\omega)$ , град

— по данным табл. 1 построить график логарифмической фазо-частотной характеристики (ЛФЧХ).

4) Построение амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) САР ЭПС:

— по ЛАЧХ скорректированной САР (САУ) рассчитать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), для чего самостоятельно вывести формулу, связывающую ЛАЧХ и АЧХ;

— данные расчета АЧХ свести в табл. 2;

— в табл. 2 занести данные ФЧХ скорректированной САР:

Таблица 2

$\omega_1$ , Гц	$L_{\text{скр}}$ , дБ	$A_{\text{скр}}$	$\gamma_{\text{скр}}$ , град

## Исследование качества регулирования САР

Анализ качества регулирования САР в данном курсовом проекте необходимо выполнить при использовании частотного (графоаналитического) метода расчета переходных процессов, который позволяет с достаточной точностью рассчитать эти процессы с помощью таблиц и номограмм в системах практически любой сложности.

5) Построение вещественной частотной характеристики замкнутой САР  $P_3(\omega)$ :

— на номограмме  $P_3(\omega) = \text{const}$  в плоскости  $L(\omega)$  и  $\gamma(\omega)$  (рис. 2) построить логарифмическую амплитудно-фазовую характеристику (ЛАФХ) разомкнутой скорректированной системы по известным ЛАЧХ и ЛФЧХ (табл. 1 и табл. 2);

— используя графики ЛАЧХ и ЛФЧХ, определить значение частот  $\omega_j$ , соответствующих точкам пересечения ЛАФХ с линиями номограммы  $P_3(\omega) = \text{const}$ ;

— полученные данные свести в табл. 3:

Таблица 3

$L_{ск}$	дБ		....	
$\gamma_{ск}$	град		....	
$\omega$	Гц		....	
$P_3$	--		....	

— по данным табл. 3 строится график (формат А4) вещественной частотной характеристики  $P_3(\omega)$ .

б) Расчет переходной функции системы автоматического регулирования (управления) методом трапеции:

— разбить вещественную частотную характеристику замкнутой САР на трапеции (показать на графике  $P_3(\omega)$  (рис. 2);

— определить параметры составляющих трапецеидальных характеристик;

— представить полученные трапеции на отдельном листе (формат А4);

— по параметрам трапецеидальных характеристик и данным приложения 3[1] найти значения ординат переходных функций для единичных трапецеидальных вещественных частотных характеристик; полученные данные свести в таблицы следующего вида (табл. 4):

Таблица 4

$\tau$	$h\chi_1(\tau)$	$h_1 = h\chi_1 P_{31}$	$t_1 = \tau/\omega_{01}$	...	$h\chi_i$	$h_i = h\chi_i P_{3i}$	$t_i = \tau/\omega_{01}$

— единичные нормированные переходные функции  $h\chi_i(\tau)$  пересчитывают в переходные функции  $h_i(t)$ ;

— построить графики переходных функций  $h_i(t)$  (формата А4) по данным табл. 4;

— путем геометрического суммирования ординат переходных функций  $h_i(t)$  построить график переходного процесса в замкнутой САР.

7) Оценка качества регулирования спроектированной САР производится по графику переходного процесса в замкнутой САР:

— определить время регулирования  $t_p$ , сравнить полученное значение с заданным и сделать вывод;

— оценить по виду переходной функции  $h(t)$  характер переходного процесса;

— определить перерегулирование  $\sigma$ , сравнить полученное значение с заданным и сделать вывод о достаточности (надежности) запаса устойчивости САР;

— оценить точность работы САР в установившемся режиме;

— вычислить крутизну переднего фронта переходной функции  $h(t)$  и сравнить полученное значение с допустимым;

— по характеру затухания переходного процесса определить его колебательность:

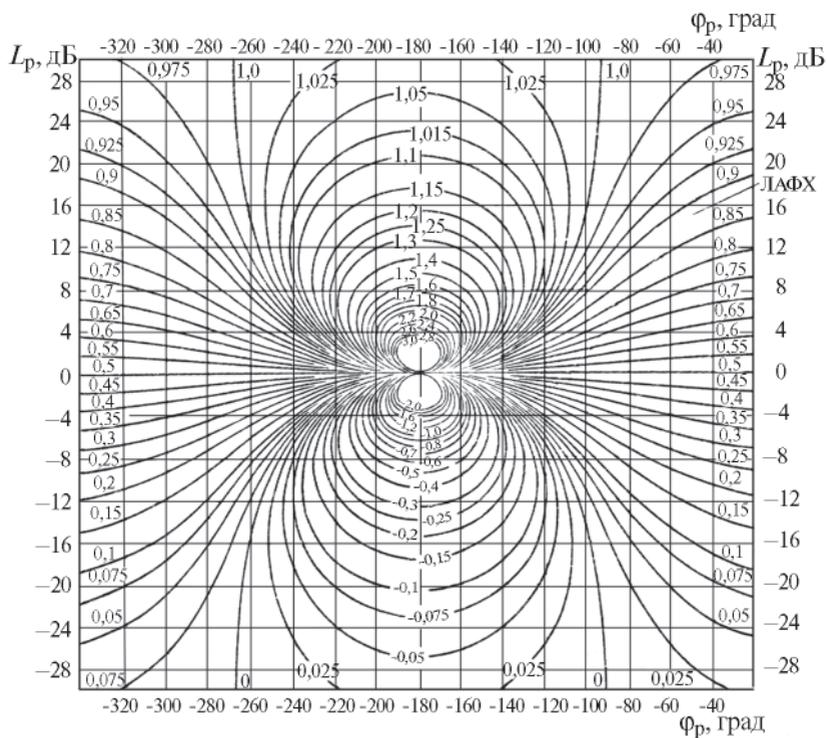


Рис. 2. Номограмма  $P_3(\omega) = \text{const}$

а) число колебаний регулируемой величины за время регулирования  $t_p$  и сравнить полученный результат с допустимыми значениями;

б) быстроту затухания, которая оценивается по логарифмическому декременту затухания.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### *Построение исходной ЛАЧХ.*

ЛАЧХ разомкнутой системы регулирования строится по передаточной функции разомкнутой САУ (САУ). При этом используется следующее расчетное соотношение:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \text{ дБ.} \quad (1)$$

Почему принято именно это соотношение? Дело в том, что децибел является достаточно крупной логарифмической единицей, соответствующей десятикратному увеличению мощности, т.е.

$$\lg \frac{N_y}{N_x} = \lg \frac{10N_x}{N_x} = 1 \text{ Б} = 10 \text{ дБ.}$$

Поэтому в теории автоматических систем за единицу измерения принят децибел (дБ). При переходе от мощностей  $N$  к амплитудам сигналов  $A$ , последние необходимо возвести в квадрат, поскольку  $N \sim A^2$ . Поэтому при изменении мощности  $N$  в 10 раз амплитуда сигнала  $A$  изменится в 100 раз. Тогда

$$\lg \frac{N_y}{N_x} = \lg 100 = 2 \text{ Б} = 20 \text{ дБ.}$$

Следовательно, 100-кратное изменение сигнала соответствует 20 дБ на ЛАЧХ.

На практике применяют линейную аппроксимацию выражения (1). При этом исходят из следующих допущений. При низких частотах

$$\omega < \omega_{\text{сп}},$$

$$\text{где } \omega_{\text{сп1}} = 1/T_1,$$

здесь  $T_1 > T_2 > \dots > T_i > \dots > T_n$  — постоянные времени передаточной функции (САУ). Членами  $(\omega T_i)^2$  в уравнении ЛАЧХ (1) пренебрегают.

Пусть для примера

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+(\omega T)^2}}, \text{ тогда } L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1+(\omega T)^2}. \quad (2)$$

$$L_a(\omega) = 20 \lg k, \text{ где } \omega < \omega_{\text{сп}}.$$

График этой асимптоты — горизонтальный отрезок. При высоких частотах ( $\omega > \omega_{\text{сп}}$ ) пренебрегают единицей в подкоренном выражении уравнения (2). В этом случае:

$$L_a(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega T, \text{ при } \omega > \omega_{\text{сп}}.$$

Этому уравнению соответствует наклонная прямая (рис. 3). Определим величину этого наклона. Поскольку при построении ЛАЧХ широко используются декады, вспомним, что декадой называют интервал частот между каким либо значением частоты к ее десятикратным значению. Тогда наклон составляющей  $20 \lg \omega T$  на декаду можно вычислить следующим образом:

$$20 \lg 10 \omega T - 20 \lg \omega T = 20 \lg 10 + 20 \lg \omega T - 20 \lg \omega T = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ}.$$

Таким образом, получаем прямую с наклоном 20 дБ/дек. (рис. 3). Аналогично рассмотренному примеру строится ЛАЧХ разомкнутой САР  $L_{\text{РАЗ}}(\omega)$  для систем любой сложности.

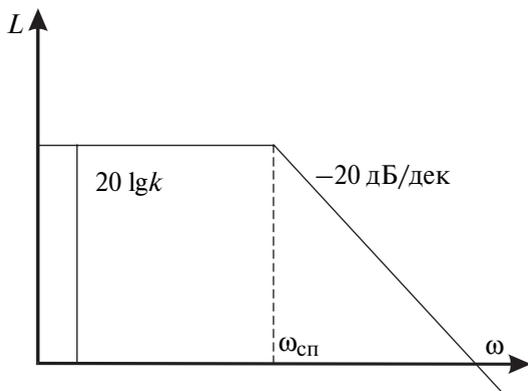


Рис. 3. ЛАЧХ разомкнутой САР

### Определение ошибки САР в установившемся режиме

В установившемся режиме точность работы САР определяется величиной ошибки выходного сигнала  $\Delta$ , которая может быть определена через передаточную функцию замкнутой САР по ошибке  $W_{\Delta}(p)$ .  $W_{\Delta}(p)$  является отношением преобразования Лапласа ошибки к преобразованию Лапласа задающего воздействия:

$$W_{\Delta}(p) = \frac{\Delta(p)}{g(p)}. \quad (3)$$

Для определения  $W_{\Delta}(p)$  необходимо преобразовать структурную схему САР к такому виду, чтобы входной координатой была величина  $g(p)$ , а выходной —  $\Delta(p)$  (рис. 4).

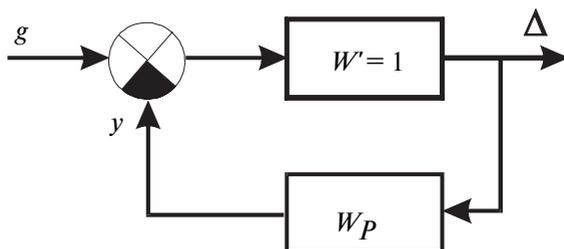


Рис. 4. Преобразованная структурная схема САР для определения ошибки

Передаточная функция такой системы:

$$W_{\Delta}(p) = \frac{W'(p)}{1 + W_p(p) \cdot W'(p)} = \frac{1}{1 + W_p(p)}. \quad (4)$$

Если представить передаточную функцию разомкнутой САР  $W_p(p)$  в виде отношения двух полиномов

$$W_p(p) = \frac{E(p)}{F(p)} = \frac{e_m \cdot p^m + e_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots + e_1 \cdot p + e_0}{f_n \cdot p^n + f_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + f_1 \cdot p + f_0}, \quad (5)$$

Причем  $n > m$  — это условие физической реализуемости системы. Получаем следующую форму записи  $W_{\Delta}(p)$ :

$$W_{\Delta}(p) = \frac{1}{1 + E(p)/F(p)} = \frac{F(p)}{E(p) + F(p)} = \frac{F(p)}{D(p)}, \quad (6)$$

где  $F(p)$  и  $D(p)$  — полиномы с равными степенями.

Поскольку степени полиномов  $F(p)$  и  $D(p)$  равны, следовательно, выражение (6) можно разложить в ряд Тейлора по возрастающим степеням:

$$W_{\Delta}(p) = C_0 + C_1 \cdot p + C_2 \frac{p^2}{2!} + C_3 \frac{p^3}{3!} + \dots + C_n \frac{p^n}{n!}. \quad (7)$$

Такой ряд сходится при  $p \rightarrow 0$ , т.е. при  $t \rightarrow \infty$ , что соответствует установившемуся процессу. Здесь  $C_i$  — коэффициенты ошибок, которые можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} C_0 &= [W_{\Delta}(p)]_{p=0}; \\ C_1 &= \left[ \frac{dW_{\Delta}(p)}{dp} \right]_{p=0}; \\ &\vdots \\ C_n &= \left[ \frac{d^n W_{\Delta}(p)}{dp^n} \right]_{p=0}. \end{aligned}$$

Так как  $W_{\Delta}(p)$  является дробно-рациональной, то  $C_i$  можно получить проще. Для этого необходимо разделить полином числителя на полином знаменателя, в результате получится полином  $C(p)$ :

$$C(p) = \frac{F(p)}{D(p)} \Rightarrow F(p) = C(p) \cdot D(p).$$

Или, учитывая (5) и (7), получаем:

$$\begin{aligned} &f_n \cdot p^n + f_{n-1} p^{n-1} + \dots + f_i \cdot p^i + \dots + f_1 \cdot p + f_0 = \\ &= \left( \frac{C_n}{n!} \cdot p^n + \frac{C_{n-1}}{(n-1)!} \cdot p^{n-1} + \dots + \frac{C_i}{(i-1)!} p^i + \dots + C_1 \cdot p + C_0 \right) \times \\ &\quad \times (d_n \cdot p^n + d_{n-1} p^{n-1} + \dots + d_i \cdot p^i + \dots + d_1 \cdot p + d_0). \end{aligned}$$

Раскроем скобки и приравняем значения полученных полиномов для разных степеней  $p$ :

$$\begin{aligned}
 \text{при } i=0 \quad f_0 &= C_0 \cdot d_0; \\
 i=1 \quad f_1 &= C_0 \cdot d_1 + C_1 \cdot d_0; \\
 i=2 \quad f_2 &= \frac{C_2}{2!} d_0 + C_1 \cdot d_1 + C_0 \cdot d_2; \\
 &\vdots \\
 i=2 \quad f_1 &= \sum_{K=0}^i \frac{C_K}{K!} \cdot d_{i-K}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Из системы (9) можно определить значение  $C_i$ :

$$\begin{aligned}
 C_0 &= f_0 / d_0 = f_0 / (f_0 + e_0), \\
 C_1 &= \frac{1}{d_0} (f_1 - C_0 \cdot d_1) = \frac{1}{f_0 + e_0} \left( f_1 - f_0 \frac{f_1 + e_1}{f_0 + e_0} \right), \\
 \frac{C_2}{2!} &= \frac{1}{d_0} (f_2 - (C_1 \cdot d_1 + C_0 \cdot d_2)) = \frac{1}{f_0 + e_0} (f_2 - C_1 \cdot (f_1 + e_1) - C_0 \cdot (f_2 + e_2)), \\
 \frac{C_i}{i!} &= \frac{1}{d_0} \left( f_i - \sum_{K=1}^i \frac{C_{i-K}}{(i-K)!} \cdot d_K \right).
 \end{aligned} \tag{10}$$

Таким образом  $C_i$  выражаются через коэффициенты полиномов  $f(p), e(p)$  т.е. через физические параметры звеньев системы. Учитывая (3) и (7) можно найти  $\Delta(p)$ :

$$\Delta(p) = W_{\Delta}(p) \cdot g(p) = \left( C_0 + C_1 \cdot p + \frac{C_2}{2!} p^2 + \dots + \frac{C_n}{n!} p^n \right) \cdot g(p).$$

Или во временной области:

$$\Delta(t) = C_0 g(t) + C_1 \frac{dg(t)}{dt} + C_2 \frac{d^2 g(t)}{2! dt^2} + \dots + \frac{C_n}{n!} \frac{d^n g(t)}{gt^n}. \tag{11}$$

Из последнего уравнения видно, что для обеспечения работы САР без ошибки, т.е.  $\Delta(t) = 0$ , необходимо чтобы все  $C_i = 0$ .

Система называется **астатической 1-го порядка**, если имеет нулевую установившуюся ошибку по положению (координате). Как, получить такую систему?

Пусть  $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$ , тогда при  $t \rightarrow \infty$ ,  $d^i g/dt^i \rightarrow 0$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots$

В этом случае  $\Delta_{уст} = C_0 \cdot g_0 \cdot 1(t)$ .

Из уравнения видно, что для получения системы с астатизмом 1-го порядка необходимо, чтобы  $C_0 = 0$ . Это условие выполняется при  $F(0) = 0$  (см. формулу 10), т.к.

$$C(p) = \frac{F(p)}{E(p) + F(p)} \Rightarrow C_0 = \frac{F_0}{F_0 + e_0}.$$

Следовательно, чтобы  $F(0) = F_0$  было равно нулю, необходимо чтобы полином  $F(p)$  не содержал члена с  $p$  в нулевой степени. Вспомним, что  $F(p)$  — это характеристический полином знаменателя передаточной функции разомкнутой САР (см. формулу 5).

Чтобы добиться поставленного условия, т.е.  $F(0) = 0$ , последовательно с  $W_p$  включим интегрирующее звено. Тогда

$$\begin{aligned} W_p^{исх}(p) &= W_p(p) \cdot W_u(p) = \frac{1}{T_u p} \cdot \frac{E(p)}{F(p)} = \\ &= \frac{e_0 + e_1 p + e_2 p^2 + \dots}{T_u p (f_0 + f_1 p + f_2 p^2 + \dots)} = \frac{e_0 + e_1 p + e_2 p^2 + \dots}{f_0' + f_0' p^2 + f_2' p^3 + \dots}, \end{aligned} \quad (12)$$

т.е.  $F^{исх}(p) = f_0' p + f_1' p^2 + \dots$

Из формулы (12) видим, что  $F_{исх}(0) = 0$ , т.е.  $C_0 = 0$ . Следовательно, полученная система является астатической 1-го порядка. Следует также отметить, что такие САР — структурно устойчивы.

Таким образом, для получения нулевой статической ошибки по положению (астатизм 1-го порядка) необходимо последовательно с  $W_p$  включить интегрирующее звено.

Система называется **астатической 2-го порядка**, если имеет нулевую установившуюся ошибку по положению и по скорости. Как получить такую систему?

Допустим, что  $dg/dt = V_g \cdot 1(t)$ . Тогда при  $t \rightarrow \infty$ ,  $d^i g/dt^i = 0$ , где  $i = 1, 2, 3, 4, \dots$ , т.е.  $p^2 = p^3 = \dots = 0$ . В результате получаем:

$$\Delta_{\text{уст}} = C_0 \cdot g(t) + C_1 \frac{d_g(t)}{d(t)} = C_0 \cdot g(t) + C_1 V_g 1(t),$$

т.е. ошибка будет равна нулю в том случае, если  $C_0 = C_1 = 0$ . Вспомним, что (см. формулу 10)  $C_1 = (1/d_0) \cdot (f_1 - C_0 \cdot d_1) = 0$ . Из формулы видно, что для выполнения этого равенства необходимо, чтобы  $f_1$  и  $C_1$  равнялись нулю. Как добиться этого? Включим последовательно с  $W_p$  два интегрирующих звена. Тогда

$$\begin{aligned} W_p^{\text{исх}}(p) &= \frac{1}{T_{\text{и1}}p} \cdot \frac{1}{T_{\text{и2}}p} \cdot \frac{E(p)}{F(p)} = \\ &= \frac{e_0 + e_1 p + e_2 p^2 + \dots}{T_{\text{и}} p^2 (f_0 + f_1 p + f_2 p^2 + \dots)} = \frac{e_0 + e_1 p + e_2 p^2 + \dots}{f'_0 p^2 + f'_1 p^3 + \dots}. \end{aligned} \quad (13)$$

Анализ формулы (13) показывает, что полином  $F_p^{\text{исх}}(p)$  не содержит членов с  $p$  в нулевой и первой степени, т.е.  $f'_0 = f'_1 = 0$ . Следовательно, ошибка такой системы будет нулевой по положению и по скорости. Следует отметить, что такие системы структурно-неустойчивые и для обеспечения их устойчивости необходимо менять структуру системы, вводя дополнительные корректирующие звенья.

*Таким образом, для получения нулевой статической ошибки по положению и скорости исполнения задающего воздействия (астатизм 2-го порядка) необходимо последовательно с  $W_p$  включить два интегрирующих звена.*

### ***Построение ЛАЧХ, отвечающей требованиям к устойчивости и качеству процессов регулирования***

Желаемая ЛАЧХ  $L_{\text{ск}}$  должна в возможно большем диапазоне частот совпадать с исходной ЛАЧХ, так как при этом значительно упрощается подбор корректирующих звеньев. Желаемую ЛАЧХ разделяют на три области: низко-, средне- и высокочастотную:

1 — **низкочастотная область** — это область, расположенная левее первой или минимальной сопрягающей частоты, Вид характеристики в этой области влияет на установившиеся значения выходных параметров. Наклон в этой области обычно должен составлять  $-20\nu$  дБ/дек, где  $\nu$  — порядок астатизма. Следует отметить что ЛАЧХ скорректированной (желаемой) САР должна проходить через точку с ординатой  $20\lg K_{\text{СК}}$  и абсциссой  $\omega = 1$  Гц.

2 — **среднечастотная область** определяет запасы устойчивости и показатели качества регулирования в переходном решении. Наклон характеристики в этой области для удовлетворительных показателей качества регулирования должен составлять  $-20$  дБ/дек при частоте среза  $\omega_{\text{ср}}$ . Последняя связана с временем регулирования  $t_p$  и перерегулированием  $\sigma$  следующим соотношением

$$\omega_{\text{ср}} = \pi \lambda_{\sigma} / t_p,$$

где  $\lambda_{\sigma}$  — коэффициент, зависящий от  $\sigma$  (САР считается удовлетворительной, если  $\sigma = 10-30\%$ ;  $t_p = 0,05 \div 0,15$  с.

Частоты сопряжения этого участка с соседними можно определить различными способами. Первый из них — используя нижеприведенные формулы:

$$\omega_3 = (2 \div 4)\omega_{\text{ср}}; \quad \omega_2 = \frac{\omega_{\text{ср}}}{(2 \div 4)}.$$

Второй способ — величину центрального отрезка определяют по частотным интервалами так, чтобы  $\omega_3 - \omega_{\text{оп}} = \omega_{\text{ср}} - \omega_2 = 0,5 \div 0,9$  дек. При этом большие величины интервалов соответствуют более быстрому затухающему переходному процессу. Третий способ — можно принимать ординаты конечных точек этого участка в соответствии с рис. 5, исходя из значения величины перерегулирования.

В контрольной работе можно использовать любой из этих способов.

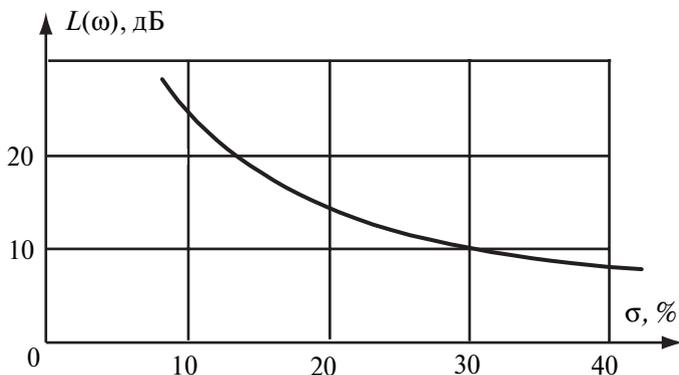


Рис. 5. Зависимость  $L(\omega)$  от  $\sigma$

Таким образом, определив  $\omega_{\text{ср}}$ , в диапазоне  $\omega_2 - \omega_3$ , проводят прямую, проходящую через  $\omega_{\text{ср}}$  с наклоном  $-20$  дБ/дек (рис. 6). Сопряжение этого участка с низкочастотной областью осуществляют прямой с наклоном  $20, 40, 60$  дБ/дек.

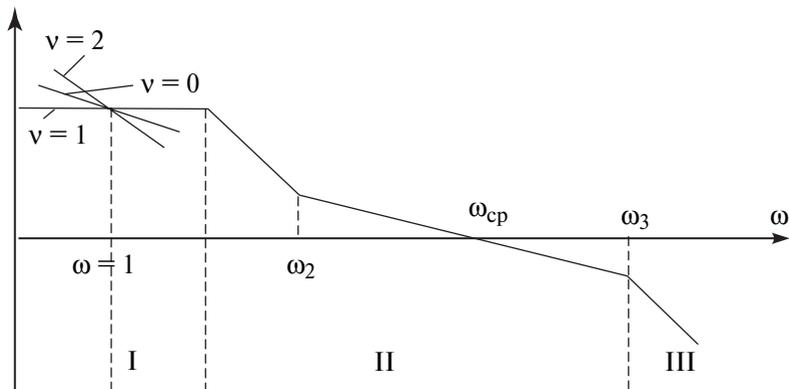


Рис. 6. Желаемая ЛАЧХ

3 — **высокочастотная область** сравнительно мало влияет на вид переходного процесса, поэтому ее выбирают возможно ближе к ЛАЧХ исходной системы. Обычно наклон в этой области составляет  $-40$  или  $-60$  дБ/дек.

## Определение вида и параметров корректирующих звеньев

На основе полученных характеристик  $L_{ск}$  и  $L_{исх}$  определяется ЛАЧХ корректирующих звеньев. Последняя зависит от того, какая коррекция применяется. Рассмотрим некоторые из существующих видов коррекции.

А) Синтез САР при последовательной коррекции:

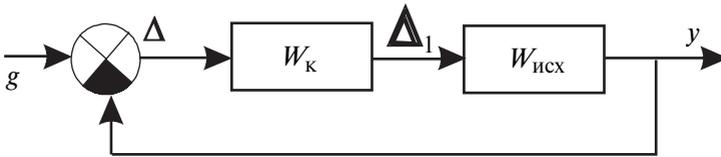


Рис. 7. Синтез САР при последовательной коррекции

Так как  $W_p(p) = W_{исх}(p)$ , то используя правила преобразования структурных схем, получаем:

$$\begin{aligned}
 W_{скр}(p) &= W_K(p) \cdot W_{исх}(p) \Rightarrow L_{скр}(\omega) = L_K(\omega) + L_{исх}(\omega) \Rightarrow \\
 L_K(\omega) &= L_{ск}(\omega) - L_{исх}(\omega); \quad \varphi_{скр}(\omega) = \varphi_K(\omega) - \varphi_{исх}(\omega).
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Как видно из полученных формул, для определения ЛАЧХ корректирующего звена необходимо графическим вычитанием в соответствии с уравнением (14) построить искомую характеристику.

Б) Синтез САР при включении корректирующих звеньев в обратную связь:

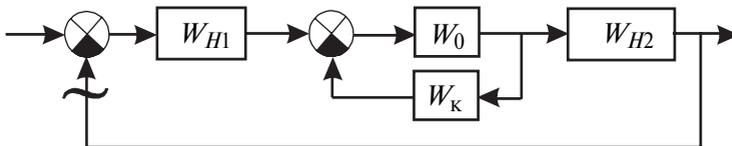


Рис. 8. Синтез САР при включении корректирующих звеньев в обратную связь

В этом случае:

$$\begin{aligned}
 W_{\text{исх}}(p) &= W_{H1}(p) \cdot W_0(p) \cdot W_{H2}(p); \\
 W_{\text{скр}}(p) &= W_{H1}(p) \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p) \cdot W_K(p)} W_{H2}(p) = \\
 &= \frac{W_{\text{исх}}(p)}{1 + W_0(p) \cdot W_K(p)}.
 \end{aligned}$$

Или, переходя к частотным характеристикам:

$$W_{\text{скр}}(j\omega) = \frac{W_{\text{исх}}(j\omega)}{1 + W_0(j\omega) \cdot W_K(j\omega)}.$$

Для диапазона частот, когда  $|W_0 \cdot W_K| \ll 1$  передаточная функция скорректированной системы будет равна  $W_{\text{скр}} = W_{\text{исх}}$ . Т.е. в зоне низких частот корректирующие звенья, включенные в обратную связь. Не оказывают влияния на работу системы. В зоне же высоких частот, когда  $|W_0 \cdot W_K| \gg 1$ , получаем

$$\begin{aligned}
 W_{\text{скр}}(j\omega) &= \frac{W_{\text{исх}}(j\omega)}{W_0(j\omega) \cdot W_K(j\omega)} = \frac{W_{H1}(j\omega) \cdot W_0(j\omega) \cdot W_{H2}(j\omega)}{W_0(j\omega) \cdot W_K(j\omega)} = \\
 &= \frac{W_{H2}(j\omega) \cdot W_{H2}(j\omega)}{W_K(j\omega)} \Rightarrow L_{\text{скр}}(\omega) = L_{\text{исх}}(\omega) - L_0(\omega) - L_K(\omega) =
 \end{aligned}$$

Тогда ЛАЧХ корректирующего звена можно определить по формуле:

$$L_K(\omega) = L_{\text{исх}}(\omega) - L_0(\omega) - L_{\text{скр}}(\omega). \quad (15)$$

Порядок решения такой же, как и в предыдущем случае. Основное отличие в том, что в начале определяется промежуточная функция

$$L_1(\omega) = L_{\text{исх}}(\omega) - L_{\text{скр}}(\omega).$$

А затем уже ЛАЧХ обратной связи:  $L_K(\omega) = L_1(\omega) - L_0(\omega)$ . При этом ЛФЧХ определяется следующим образом:

$$\varphi_{\text{скр}}(\omega) = \varphi_{H1}(\omega) + \varphi_{H2}(\omega) - \varphi_K(\omega) = \varphi_{\text{исх}}(\omega) - \varphi_0(\omega) - \varphi_K(\omega).$$

Для подбора схемы и параметров корректирующих звеньев используют таблицу типовых корректирующих звеньев (см. прил. 5 [1]). При расчете сопротивлений и емкостей корректирующей цепи необходимо иметь в виду следующее — коэффициент усиления  $K$  типовых корректирующих звеньев должен быть намного меньше единицы:  $K \ll 1$ . Для этого необходимо, чтобы  $\vartheta_1 < -20$  дБ (рис. 9).

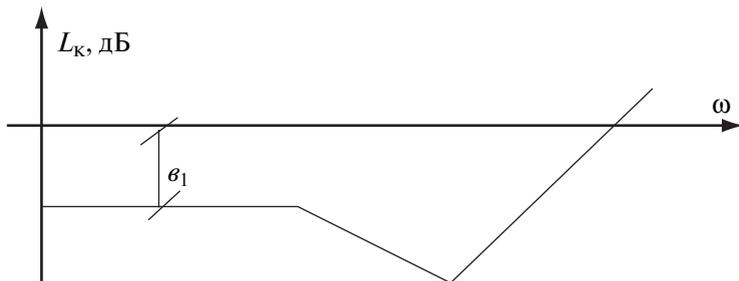


Рис. 9

Для расчета величины  $K$  используется следующая формула:

$$K = \text{Alg}(\vartheta_1/20),$$

здесь  $\text{Alg}$  — знак антилогарифма.

### ***Проверочный расчет и построение переходных характеристик***

Любая САР должна обладать достаточным качеством процесса регулирования, т.е. обеспечивать необходимую точность работы в установившихся и переходных режимах. Качество процессов регулирования оценивается критериями, которые определяются по графикам переходных процессов. Для оценки качества процесса регулирования, используются типовые воздействия:  $1(t)$ ,  $\delta(t)$ ,  $e^{i\omega t}$ ,  $a \cdot t \cdot 1(t)$  и др.

Наиболее практически удобным приемом построения кривых переходного процесса является применение типовых частотных характеристик, при помощи которых аппроксимируются различные вещественные частотные характеристики.

В качестве типовых характеристик выбраны характеристики, состоящие из горизонтального и наклонного отрезков прямых. Это так называемые трапецевидные характеристики, для которых вид переходного процесса известен или может быть легко экстраполирован.

В теории автоматического регулирования для расчета кривой переходного процесса широкое распространение получил частотный графоаналитический метод с использованием  $W(j\omega)$ . Этот метод является приближенным и разработан В.В. Солодовниковым в 1948 г. Он позволяет рассчитать переходную характеристику замкнутой САР по вещественной части ее частотной характеристики.

Рассмотрим как же связаны между собой вещественная часть частотной характеристики и временная (переходная) характеристика  $h(t)$ . Для этого рассмотрим периодический сигнал (рис. 10) с периодом  $T$ . При этом величину  $\omega \frac{2\pi}{T}$  можно принять за основную частоту при разложении функции в ряд Фурье.

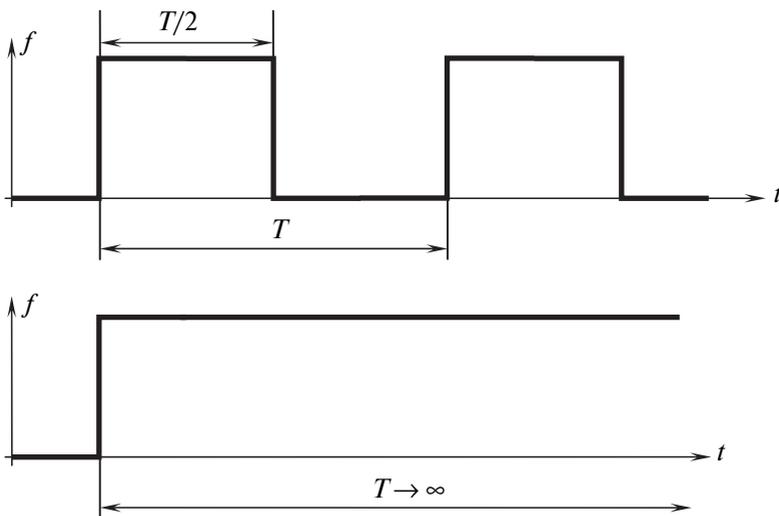


Рис. 10. Переход от периодической к непериодической функции

После разложения в ряд Фурье:

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin \left[ (2k+1) \frac{2\pi}{T} t \right]}{(2k+1)}, \quad (16)$$

где  $k$  — номер гармоники.

Введем следующие обозначения:

$\omega_k = (2k+1) \frac{2\pi}{T}$  — текущее значение угловой частоты  $k$ -й гармоники.

Далее определим разность частот между двумя гармониками:

$$\Delta\omega = [2(k+1)+1] \frac{2\pi}{T} - (2k+1) \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi}{T}.$$

Теперь исходное уравнение запишем в виде:

$$f(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2 \sin \omega_k t}{(2k+1)} \cdot \frac{2\pi/T}{2\pi/T} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta\omega}{\omega_k} \sin \omega_k t. \quad (17)$$

Если величина  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  неограниченно растет, то  $\omega$  стремится неограниченно уменьшиться, т.е. становится очень маленькой величиной и стремится к дифференциалу  $d\omega$ . При этом рассматриваемый входной сигнал стремится к типовому единичному воздействию — единичному скачку  $1(t)$ .

Применяя граничный переход (см. рис. 10), можно знак суммы в уравнении (17) заменить интегралом и перейти от ряда Фурье к интегралу Фурье:

$$f(t) \rightarrow 1(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega.$$

Полученное выражение является представлением в виде интеграла Фурье единичной функции — единичного скачка.

Пусть САР имеет частотную характеристику

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = A(\omega)\cos\varphi(\omega) + jA(\omega)\sin\varphi(\omega).$$

Предположим, что на вход такой системы поступает гармоника  $\frac{\sin \omega t}{\pi \omega} d\omega$ . Тогда на выходе системы установится гармонический сигнал следующего вида:  $\frac{1}{\pi} A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega$ .

С другой стороны этот сигнал тоже является гармоническим, только с другими амплитудой и фазой, т.е.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\pi} A(\omega) \frac{d\omega}{\omega} \sin(\omega t + \varphi(\omega)) = \\ & = \frac{d\omega}{\pi \omega} A(\omega) \cdot [\cos \varphi(\omega) \sin \omega t + \sin \varphi(\omega) \cos \omega t] = \\ & = \frac{d\omega}{\pi \omega} (P(\omega) \sin \omega t + jQ(\omega) \cos \omega t). \end{aligned}$$

При подаче единичной функции на выходе системы получаем:

$$y(t) = \frac{A(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega \quad \text{при } t > 0.$$

$$\text{Если } t < 0, \text{ то } 0 = \frac{A(0)}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin(-\omega t)}{\omega} d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega) \cos(\omega t)}{\omega} d\omega.$$

Вычитая почленно из первого равенства второе получаем переходную характеристику, которая определяется через вещественную часть частотной характеристики

$$y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega = h(t). \quad (18)$$

Для нахождения вещественной частотной характеристики можно воспользоваться АФХ (рис. 11).

Чтобы построить вещественную частотную характеристику необходимо взять абсциссы векторов  $W(j\omega)$ .

Для определения вещественной частотной характеристики  $P_3(\omega)$  на практике часто используют ЛАЧХ и ЛФЧХ (рис. 12) разомкнутой системы и специальные номограммы  $P_3(\omega)$  в плоскости  $L_p(\omega)$  и  $\varphi_p(\omega)$ .

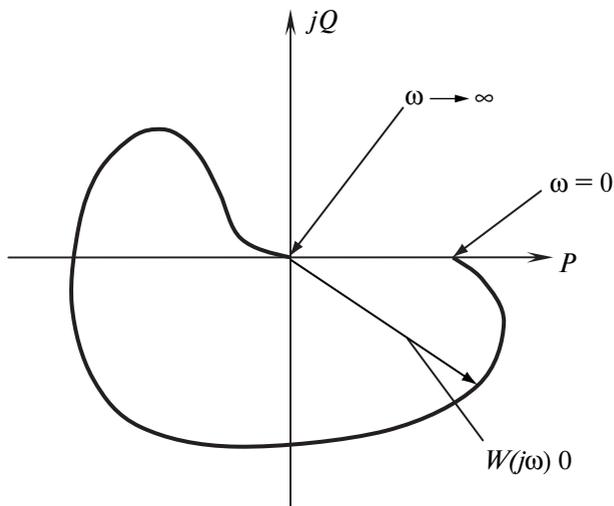


Рис. 11. Пример амплитудно-фазовой характеристики

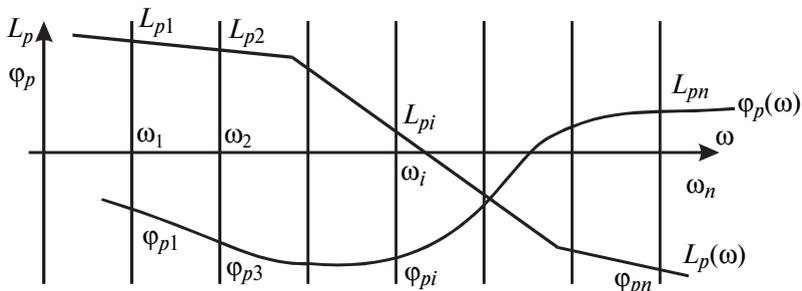


Рис. 12

Рассмотрим алгоритм построения  $P_3(\omega)$ . Для этого по графикам ЛАЧХ и ЛФЧХ для произвольных частот определяют пары точек  $L_{pi}$  и  $\varphi_{pi}$  (рис. 10), которые являются координатами ЛАФХ.

На номограмме строят логарифмическую амплитудно-фазовую характеристику (ЛАФХ) разомкнутой системы по известным ЛАЧХ и ЛФЧХ с указанием на ней значений частот  $\omega_i$ , соответствующих точкам пересечения ЛАФХ с линиями

номограммы  $P_3(\omega) = \text{const}$ . Эти точки пересечения определяют значения вещественной частотной характеристики  $P_3$  (с учетом знака) при частотах  $\omega_i$ , что дает возможность построить график  $P_3(\omega)$  (рис. 13, а).

При расчете переходного процесса частотным методом, необходимо вещественную частотную характеристику представить в виде суммы трапеций таким образом, чтобы результирующая вещественная характеристика:

$$P(\omega) = \sum_{v=1}^n P(\omega).$$

При этом существенно упрощается определение  $h(t)$  по формуле (18).

Пример такой разбивки приведен на рис. 13, б.

$$P_1(0) = P_1 - P_2, \quad P_2(0) = -P_2, \quad P_3(0) = P_3 - P_1.$$

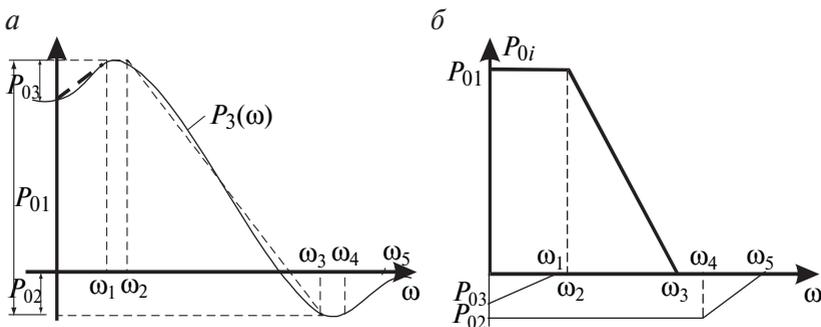


Рис. 13. График вещественной частотной характеристики  $P_3$  замкнутой САР

Рассмотрим одну из трапеций (рис. 14). Она характеризуется амплитудой  $P_{0i}$ , полосой пропускания  $\omega_0$ , полосой равномерного пропускания  $\omega_d$  и коэффициентом наклона  $\chi = \omega_d/\omega_0$ .

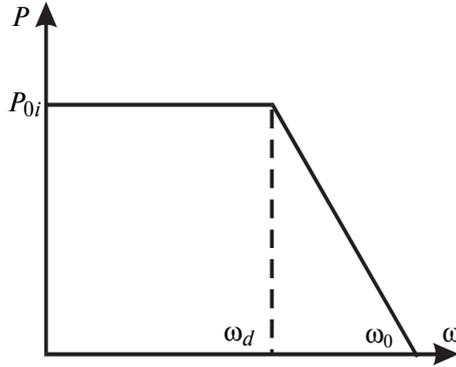


Рис. 14

Для этой трапеции можем записать уравнение:

$$P_i = \begin{cases} P_1, & 0 < \omega < \omega_d, \\ P_1 \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_d}, & \omega_d < \omega < \omega_0, \\ 0, & \omega < \omega_0. \end{cases}$$

$$\text{Но } h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega = \sum \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P_i(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega = \sum_{i=1}^n h_i(t),$$

где  $h_i(t)$  — составляющая кривой переходного процесса, вызванного одной трапецией.

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \left[ \int_0^{\omega_d} \frac{P_1 \sin \omega t}{\omega} d\omega + \int_{\omega_d}^{\omega_0} \frac{P_1 \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_d} \sin \omega t}{\omega} d\omega \right] =$$

$$= \frac{2P_1}{\pi} \left[ \int_0^{\omega_d} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega + \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_d} \int_{\omega_d}^{\omega_0} \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega - \frac{1}{\omega_0 - \omega_d} \int_{\omega_d}^{\omega_0} \sin \omega t d\omega \right].$$

Интеграл  $\int \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega$  не выражаются в замкнутой форме и называют интегральным синусом  $Si\omega t = \int \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega$ .

С учетом этого полученное выражение представим в следующем виде:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} P_1 \left\{ Si(\omega_d t) + \frac{\omega_0}{\omega_0 - \omega_d} [Si(\omega_0 t) - Si(\omega_d t)] + \frac{1}{\omega_d - \omega_0} (\cos \omega_0 t - \cos \omega_d t) \right\}.$$

Полученное выражение достаточно сложно, поэтому имеются специальные таблицы для вычисления  $h_i(t)$ . В этих таблицах используется типовая единичная трапеция со следующими параметрами  $P_{0i}(0) = 1$ ,  $\omega_0 = 1$ . Тогда  $\aleph$  типовой трапеции  $\aleph = \frac{\omega_d}{\omega_0} = \omega_d$ . Для таких трапеций по приложению 3[1] можно вычислить ординаты переходной функции  $h_{\aleph}(\tau)$ , где  $\tau = \omega_0 t$  — безразмерное время.

Таким образом, для каждой трапеции сначала по таблицам находят ординаты переходных функций

$h_{\aleph}(\tau)$	$h_1'$	$h_2'$	...	$h_n'$
$\tau$	$\tau_1$	$\tau_2$	...	$\tau_n$

Затем по полученным данным определяют значения, соответствующие реальной трапеции и заносят в соответствующую таблицу. Для перехода от функции  $h_{\aleph}(r)$  к переходной  $h(t)$ , соответствующей данной составляющей трапецеидальной вещественной частотной характеристики с тем же  $\aleph$ , но с  $P_{0i} \neq 1$  и  $\omega_0 \neq 1$ , необходимо значения  $h_{\aleph}(r)$  умножить на  $P_{0i}(0)$ , а для перехода к новому значению времени заменить  $\tau = \tau/\omega_0$ . Поэтому  $h_i(t) = P_{0i}(0) \cdot h_{\aleph}(\tau/\omega_0)$ .

$t = \tau/\omega_0$	$t_1$	$t_2$	...	$t_n$
$h_i = P_i \cdot h_{\aleph}$	$h_1$	$h_2$	...	$h_n$

Рассмотрим пример. Пусть задана трапеция (рис. 15) со следующими параметрами:  $P_1 = 3,2$ ;  $\omega_d = 5$ ;  $\omega_0 = 15$ .

Коэффициент наклона трапеции составляет  $\aleph = \frac{\omega_d}{\omega_0} = \frac{5}{15} = 0,33$ ;  $P_1 = 3,2$ .

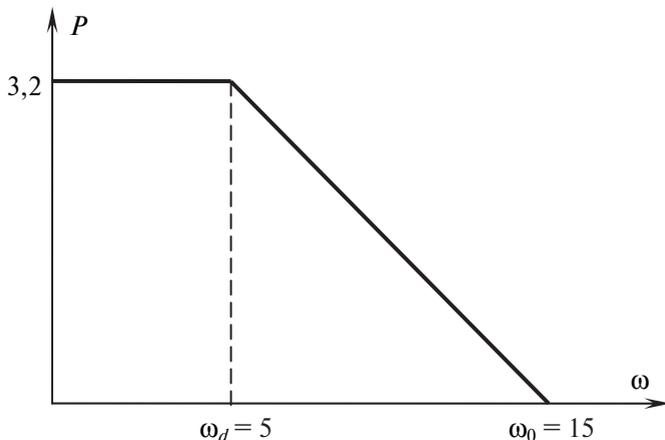


Рис. 15. Пример трапеции

Далее определяют ординаты переходных функций  $h_{0,33}(\tau)$ , а затем  $h(t)$ .

$\tau$	0	0,5	1	1,5
$h_{0,33}(\tau)$	0	0,215	0,417	0,6
$t = \tau/\omega_0$	0	0,03	0,06	0,1
$h(t)$	0	0,68	1,33	1,92

Построенные для каждой трапеции  $h_i(t)$  складываются. В результате геометрического суммирования графиков  $h_i(t)$  получают переходную функцию замкнутой САР:

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t).$$

### *Оценка качества процессов регулирования*

1) Характер переходного процесса оценивают по виду переходной функции  $h(t)$ , которая может быть (рис. 16):

- 1 — монотонной
- 2 — апериодической;
- 3 — колебательной.

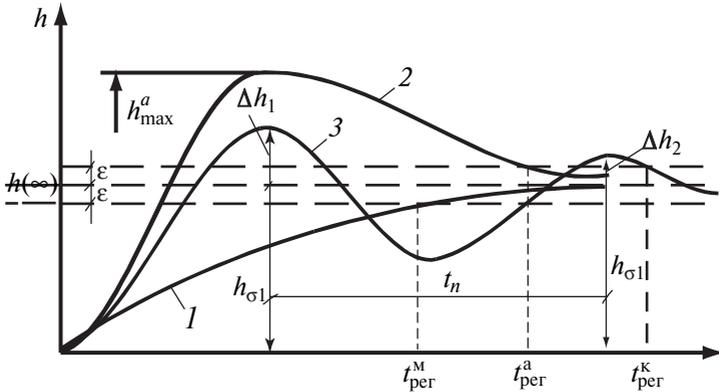


Рис. 16. Переходная функция замкнутой САР

2) Из графика переходного процесса определяется время  $t_{\text{пер}}$ . Для этого от установившегося значения  $h(\infty)$  откладывают отклонения  $\varepsilon$ . Обычно принимают  $\varepsilon = 1 \div 5\%$ .

Время регулирования — это время, в течение которого переходная функция попадает в границы зоны  $|h(t) - h(\infty)| < \varepsilon$  и не выходит из нее.

3) Перерегулирование  $\sigma$  — это максимальное отклонение регулируемой величины от установившегося значения:

$$\sigma = \frac{h_{\text{max}}^a - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100\%.$$

САР считается удовлетворительной, если  $\sigma = 10 \div 30\%$ .

4) Крутизна переднего фронта переходной функции:

$$\left. \frac{dh}{dt} \right|_{t=0}.$$

Этот показатель имеет важное значение для ЭПС. В случае если входной координатой является ток, то его производная определяет ЭДС самоиндукции в короткозамкнутых контурах и т.д.

5) Колебательность переходного процесса определяет характер его затухания и оценивается:

а) числом колебаний за время регулирования, например, числом минимумов (максимумов) за время  $t_{\text{пер}}$ . Приемлемым считается одно-два колебания;

б) быстротой затухания переходного процесса, которая определяется:

— для монотонного к аperiodического процессов — абсолютных значением наименьшего вещественного корня характеристического уравнения;

— для колебательного процесса — по логарифмическому декременту затухания

$$d = \lg \frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}, \quad (19)$$

где  $\Delta h_1$  и  $\Delta h_2$  — два последовательных максимума кривой  $h(t)$ .

Если затухание колебательного процесса происходит по экспоненциальному закону т.е.

$$\Delta h(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad \text{то}$$

при  $t = 0$   $\Delta h_1 = \cos \varphi$ ,

$$\begin{aligned} \Delta h_2 &= A \cdot e^{-\alpha t_n} \cdot \cos(\omega t_n + \varphi) = \\ &= A \cdot e^{-\alpha t_n} \cdot \cos\left(\omega \frac{2\pi}{\omega} + \varphi\right) = A \cdot e^{-\alpha t_n} \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Подставим это в (19):

$$d = \lg \frac{A \cdot \cos \varphi}{A \cdot e^{-\alpha t_n} \cdot \cos \varphi} \lg e^{-\alpha t_n} = \alpha t_n,$$

Учитывая, что  $t_n = 2\pi/\omega$ , получаем:

$$d = \frac{2}{\omega} 2\pi = 2\pi/\mu,$$

где  $\mu = \omega/d$  — степень колебательности САР.

б) Точность САР с астатизмом 1-го порядка оценивается для следящих систем, и систем программного регулирования при задающем воздействии в виде линейной функции времени  $g(t) = V_g t$ , где  $V_g = \text{const}$ .

При этом установившаяся ошибка  $\Delta_g = V_g/K_V$ , где  $K_g = K/T_H$  — добротность системы по скорости, которая в современных системах достигает нескольких тысяч.

Эта ошибка характеризует скоростную составляющую установившейся ошибки, вызванную воспроизведением задающего воздействия и называется кинетической  $\Delta_{\text{кин}}$ .

Для статических систем  $\Delta_{\text{кин}} \rightarrow \infty$ , а при астатизме выше 1-го  $\Delta_{\text{кин}} \rightarrow 0$ . Поэтому изменение задающего воздействия в виде линейной функции времени используют только для систем с астатизмом 1-го порядка.

Точность САР с астатизмом 2-го порядка оценивается так же только для следящих систем и систем программного регулирования при задающем воздействии в виде квадратичной функции времени  $g(t) = a_g \cdot t^2/2$ , где  $a_g = \text{const}$ .

Установившаяся ошибка в этом случае  $\Delta_g = a_g/K_a$ , где  $K_a = K/T_H^2$  — добротность по ускорению.

Для систем с астатизмом 1-го порядка эта ошибка равна бесконечности, а при астатизме выше 2-го порядка — нулю. Поэтому применение задающего воздействия в виде квадратичной функции времени используют только для САР с астатизмом 2-го порядка.

### *Пример выполнения контрольной работы*

1. В качестве примера рассмотрим ЭПС с системой управления, имеющей следующую передаточную функцию:

$$W_{\text{исх}}(p) = W_{\text{и}}(p) \cdot W_{\text{п}}(p) \cdot W_{\text{р}}(p) = \frac{K_{\text{и}}^2}{T_{\text{р}}^2 \cdot p^2} \times \frac{66,32}{(0,13p+1)(0,3p+1)}.$$

2. По заданным передаточным функциям  $W_{\text{р}}(p)$ ,  $W_{\text{исх}}(p)$  строятся ЛАЧХ (рис. 17), которые определяются выражением:

$$A_p(\omega) = \frac{66,32}{\sqrt{[(0,13)^2\omega^2+1][(0,3)^2\omega^2+1]}} ,$$

$$L_p(\omega) = 20 \lg A_p(\omega) = 36,4 - 20 \lg \sqrt{(0,13)^2\omega^2+1} - 20 \lg \sqrt{(0,3)^2\omega^2+1},$$

$$A_{\text{исх}}(\omega) = \frac{66,32}{\omega^2 \sqrt{[(0,13)^2\omega^2+1][(0,3)^2\omega^2+1]}} ,$$

$$L_{\text{исх}}(\omega) = 36,4 - 40 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{(0,13)^2 \omega^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(0,3)^2 \omega^2 + 1},$$

$$\omega_{\text{сн1}} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0,13} = 7,7 \text{ Гц}, \quad \omega_{\text{сн2}} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{0,3} = 3,3 \text{ Гц}.$$

При построении  $L_{\text{исх}}(p)$  принималось, что ее первая асимптота проходит через точку с координатами  $\omega = 1$ ,  $L_{\text{исх}} = 20 \lg K_p = 36,4$  дБ.

На этом же рисунке построим график  $L_{\text{скр}}(\omega)$  желаемой скорректированной разомкнутой системы. При построении этого графика частота среза определялась как

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{\pi \lambda_{\delta}}{t_p} = \frac{\pi \cdot 1,6}{0,1} = 50,3 \text{ Гц}.$$

Границы среднечастотной области приняты  $L_{\text{скр}}(\omega_2) = |L_{\text{скр}}(\omega_1)| = 16$  дБ. Наклон низкочастотной области — 40 дБ/дек, высокочастотной области — 80 дБ/дек (рис. 17).

По  $L_{\text{исх}}(\omega)$  и  $L_{\text{скр}}(\omega)$  строятся графическим вычислением сначала график промежуточной ЛАЧХ  $L_1(\omega)$ , а затем ЛАЧХ обратной связи  $L_{\text{ос}}(\omega)$ . Этот график имеет два перелома при частотах  $\omega_1 = 8,9$  Гц  $\omega_2 = 214$  Гц (рис. 17).

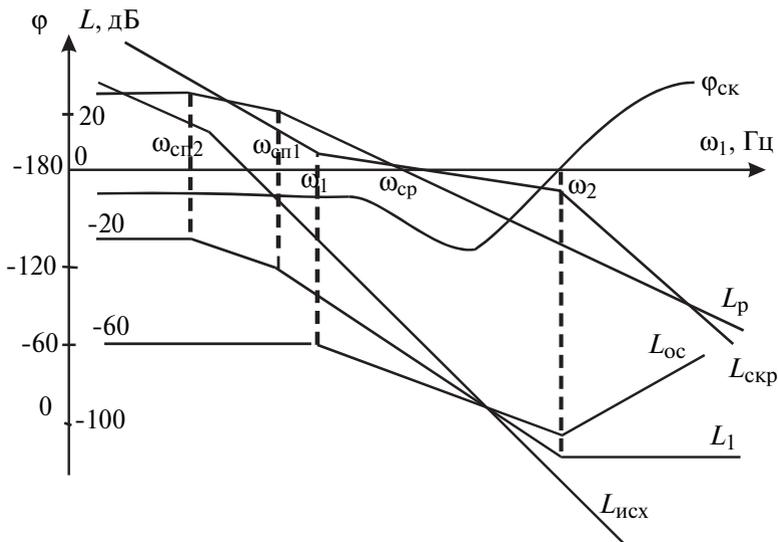


Рис. 17. Графики ЛАЧХ для решения задачи синтеза САР

### 3. Подбор звеньев и корректирующей цепи.

ЛАЧХ обратной связи можно получить с помощью последовательного включения различных звеньев. Выберем с этой целью по таблице типовых корректирующих звеньев (см. приложение 5[1]) три звена (3 и 9) с частотными характеристиками (рис. 18):

$$W_{oc1}(j\omega) = W_{oc2}(j\omega) = \frac{K_1(1 + j\omega T_2)}{1 + j\omega T_3},$$

$$W_{oc3}(j\omega) = \frac{1 + j\omega T_1 K_2}{1 + j\omega T_1} = \frac{1 + j\omega T_2}{1 + j\omega T_1}.$$

Эквивалентному звену обратной связи, полученному при последовательном включении этих звеньев, соответствует частотная характеристика  $W_{oc3}(j\omega)$ :

$$W_{oc}(j\omega) = \frac{K_{oc}(1 + j\omega T_2)^3}{(1 + j\omega T_3)^2(1 + j\omega T_1)}.$$

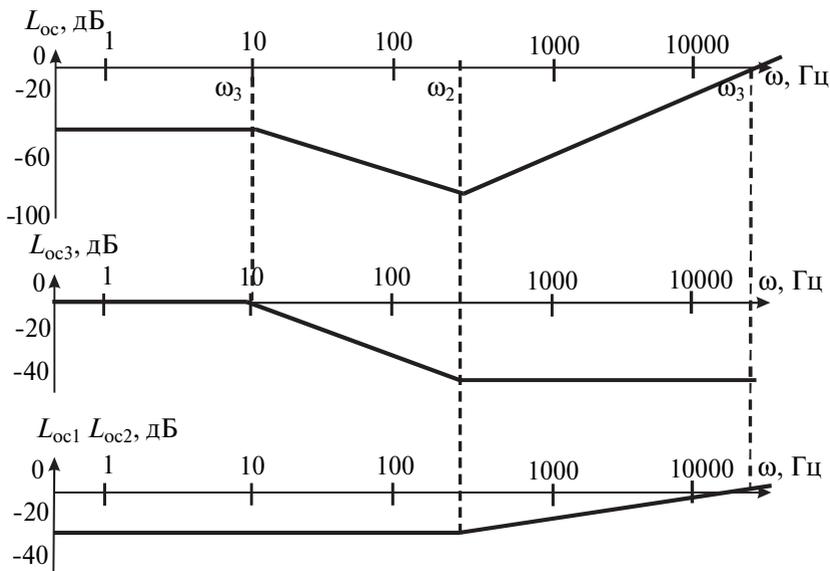


Рис. 18. Графики ЛАЧХ для подбора корректирующих звеньев

График ЛАЧХ такого звена  $L_{oc}(\omega)$  определяется графическим сложением характеристик  $L_{oc1}(\omega)$ ,  $L_{oc2}(\omega)$ ,  $L_{oc3}(\omega)$ .

Постоянные времена  $T_1$  и  $T_2$  можно определить по частотам  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , соответствующим точкам перелома характеристики  $L_{oc}(\omega)$ . Постоянная времени  $T_3$  определяется как  $T_3 = K_1 \cdot T_2$ , где  $K_{oc} = Alg(b/20)$ . В результате расчета получаем:

$$b = -57 \text{ дБ}, \quad K_1 = 1,41 \cdot 10^{-3},$$

$$T_2 = 1/\omega_2 = 1/214 = 4,67 \cdot 10^{-3} \text{ с},$$

$$T_1 = 1/\omega_1 = 1/8,9 = 0,112 \text{ с},$$

$$T_3 = 1,41 \cdot 10^{-3} \cdot 4,67 \cdot 10^{-3} = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ с},$$

$$\omega_3 = 1/T_3 = 47800 \text{ Гц}.$$

4. Определив параметры ЧХ звеньев обратной связи, можно построить ФЧХ. С учетом полученного выражения для  $W_{oc3}(j\omega)$  ФЧХ определяется формулой:

$$\varphi_{скр}(\omega) = \varphi_H(\omega) - \varphi_{oc}(\omega) = -180^\circ - 3 \arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_1 + 2 \arctg \omega T_3.$$

Результаты вычислений ФЧХ сведены в табл. 5.

Таблица 5

$\omega$ , Гц	$3 \arctg \omega T_2$	$\arctg \omega T_1$	$2 \arctg \omega T_3$	$\varphi_{скр}$
1	0,81	6,39	$7,6 \times 10^{-4}$	-173,9
10	8,01	48,24	$7,6 \times 10^{-3}$	-134,4
50	39,42	79,87	0,04	-113,27
100	75,09	84,9	0,08	-120,13
120	87,8	85,7	0,09	-182,01
150	105,03	86,6	0,11	-198,3
200	129,13	87,44	0,15	-221,54
300	163,45	88,3	0,23	-254,7

5. Построение вещественной частотной характеристики замкнутой САР производится с использованием номограммы  $P_3(\omega) = \text{const}$  (рис. 2), по которой определяются координаты расчетных точек и заносятся в табл. 6. По данным табл. 6 строится график  $P_3(\omega)$  (рис. 19).

Таблица 6

$L_{\text{ск}}, \text{дБ}$	$-\varphi_{\text{ск}}, \text{град}$	$\omega, \text{Гц}$	$P_3$
25,5	152	4,78	1,05
21	144	7,24	1,075
17,5	137	9,33	1,1
12	130	12,59	1,13
9	125	17,78	1,1
6	117	29,51	0,975
0	112	50,11	0,5
-4	112	70,8	0,15
-6	120	100,0	0
-7	130	112,2	-0,15
-7,5	142	109,6	-0,3
-8,1	152	114,8	-0,4
-9,2	170	117,5	-0,5
-11	185	128,8	-0,4
-13	205	144,5	-0,25
-17	225	229,1	-0,1
-20	235,5	245,5	-0,05

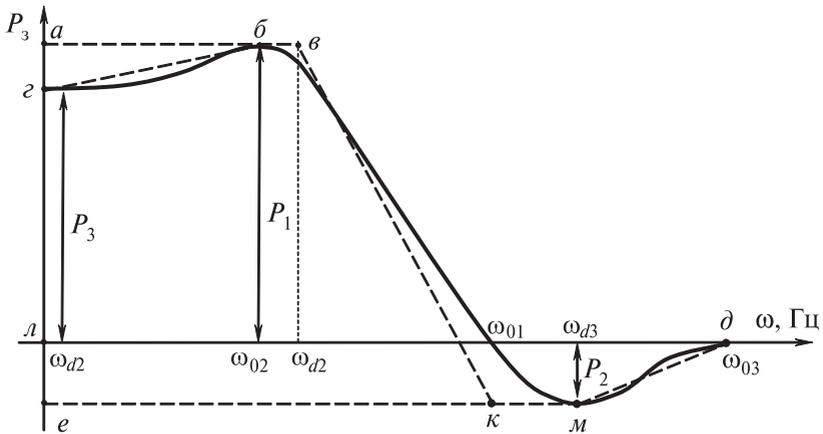


Рис. 19. Разбиение функции  $P_3(\omega)$  на типовые трапецидальные характеристики

## 6. Расчет переходной функции САР методом трапеций

Вещественная частотная характеристика замкнутой САР разбивается на трапеции. В данном случае характеристика  $P_3(\omega)$  может быть заменена тремя составляющими трапецеидальными характеристиками с параметрами:

трапеция *a-b-г*

$$P_{301}(0) = P_{31}(0) - P_{32}(0) = 1,13 + 0,5 = 1,63;$$

$$\omega_{d1} = 33,0; \omega_{01} = 109,6; \kappa_1 = 0,3;$$

трапеция *a-в-к-е*

$$P_{302}(0) = P_{33}(0) - P_{31}(0) = 1,01 - 1,13 = -0,13;$$

$$\omega_{d2} = 0; \omega_{02} = 12,6; \kappa_2 = 0;$$

трапеция *л-д-м-е*

$$P_{303}(0) = P_{32}(0) = -0,5;$$

$$\omega_{d3} = 117,5; \omega_{03} = 293,8; \kappa_2 = 0,4.$$

По этим параметрам и данным приложения 3[1] находят значения ординат  $h_{\kappa}(\tau)$  для единичных трапецеидальных вещественных частотных характеристик, по которым определяются переходные функции. Данные расчета сведены в табл. 7.

## 7. Оценка качества регулирования САР

По графику переходной функции (рис. 20) определяются параметры:

$$- t_p = 0,13 \text{ с};$$

— переходной процесс — аperiodический;

$$- \sigma = 22\%.$$

Аналогично определяются и остальные параметры. Как видно из полученных данных, разработанная САР устойчива, имеет удовлетворительные показатели качества и, следовательно, пригодна к эксплуатации.

Таблица 7

$\tau$	$h_{\kappa 0}(\tau)$	$h_2$	$t_2, c$	$h_{\kappa 0,3}(\tau)$	$h_1$	$t_1, c$	$h_{\kappa 0,4}(\tau)$	$h_3$	$t_3, c$
0	0			0			0		
0,5	0,138	0,018	0,04	0,207	0,33	0,005	0,223	0,11	0,002
1,0	0,310	0,04	0,08	0,401	0,65	0,01	0,432	0,23	0,003
1,5	0,449	0,058	0,12	0,594	0,97	0,014	0,617	0,31	0,005
2,0	0,572	0,07	0,16	0,681	1,11	0,018	0,786	0,39	0,007
2,5	0,674	0,087	0,2	0,862	1,41	0,023	0,917	0,46	0,0085
3,0	0,755	0,1	0,24	0,958	1,56	0,027	1,013	0,51	0,01
4,0	0,857	0,11	0,32	1,06	1,72	0,037	1,107	0,55	0,014
5,0	0,896	0,116	0,4	1,087	1,77	0,046	1,113	0,56	0,017
6,0	0,904	0,117	0,48	1,065	1,74	0,055	1,065	0,53	0,02
7,0	0,904	0,117	0,56	1,037	1,69	0,064	1,023	0,51	0,024
8,0	0,910	0,118	0,64	1,021	1,66	0,073	0,995	0,5	0,027
9,0	0,924	0,12	0,71	1,018	1,66	0,082	0,992	0,5	0,031
10,0	0,939	0,122	0,8	1,019	1,66	0,091	0,993	0,5	0,034
11,0	0,947	0,123	0,87	1,014	1,65	0,1			
12,0	0,95	0,124	0,95	1,004	1,63	0,11			
13,0	0,952	0,124	1,03	0,994	1,62	0,118			
14,0	0,952	0,124	1,11	0,988	1,61	0,128			
15,0	0,956	0,124	1,19	0,988	1,61	0,137			

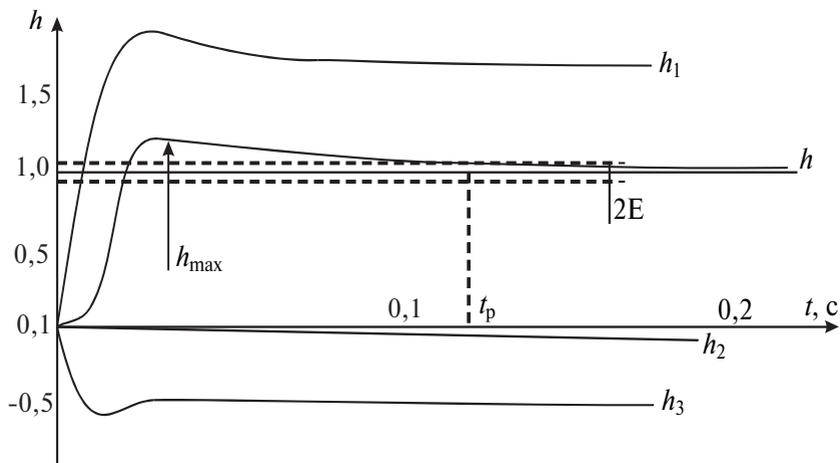


Рис. 20. Переходная функция  $h(t)$  САР

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизация электроподвижного состава: Учеб. для вузов ж.д. транспорта / А.Н. Савоськин, Л.А. Баранов, А.В. Плакс, В.П. Феоктистов; Под ред. А.Н. Савоськина. — М.: Транспорт, 2011. — 311 с.

2. Луков Н.М., Космодамианский А.С. Автоматические системы управления локомотивов: Учеб. для вузов ж.-д. транспорта. — М.: ГОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2007. — 429 с.

3. Грищенко А.В., Базилевский Ф.Ю., Бабков Ю.В. Автоматизация локомотивов: Уч. пос. — М.: Маршрут, 2007. — 331 с.

4. Космодамианский А.С. Автоматические системы регулирования: Уч. пос. — М.: РГОТУПС, 2004. — 40 с.

5. Тихменев Б.Н., Трахтман Л.М. Подвижной состав электрических железных дорог. Теория работы электрооборудования, электрические схемы и аппараты. — М.: Транспорт, 1980. — 471 с.