

14/29/11

Одобрено кафедрой  
«Нетяговый подвижной  
состав»

Утверждено деканом  
факультета  
«Транспортные средства»

## ДИНАМИКА ВАГОНОВ

Методические указания  
к выполнению лабораторных работ  
для студентов V курса  
специальности  
190302 ВАГОНЫ (В)  
направления  
190300 ПОДВИЖНОЙ СОСТАВ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

РОАТ

Москва – 2009

Составители: д-р техн. наук, доц. К.А. Сергеев,  
канд. техн. наук, доц. А.П. Бомбардиров

Рецензент — ст. преп. О.Ю. Кривич

## ВВЕДЕНИЕ

Цель работ — закрепление теоретических знаний, полученных студентами на лекциях и при самостоятельном изучении дисциплины «Динамика вагонов», а также получение практических навыков проведения расчетов, экспериментов и анализа их результатов.

Для проведения лабораторных работ используются: стенды, приборы, аппараты, вычислительная техника, установленные в лаборатории, а также персональные ЭВМ, имеющиеся у студентов.

Настоящие методические указания определяют порядок проведения работ и их содержание.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЭКИПАЖНОЙ ЧАСТИ ГРУЗОВОГО ВАГОНА

Задание выполняют по данным, приведенным в табл. 1 методических указаний по номеру учебного шифра студента. Последняя цифра шифра студента указывает вариант работы от первого до десятого.

По выбранному из табл. 1 варианту необходимо определить:

1. Приходящийся на одну тележку обрессоренный вес и обрессоренную массу вагона.
2. Круговую частоту, период колебаний и линейную частоту подпрыгивания вагона.
3. Скорость движения вагона  $V$ , км/ч, при которой могут возникнуть резонансные колебания подпрыгивания, если период синусоидальных неровностей рельсового пути соответствует длине рельсового звена  $L = 25$  м.
4. Необходимый коэффициент относительного трения гасителя колебаний в рессорном комплексе (при фрикционных гасителях колебаний).
5. Условный коэффициент вязкого трения гидравлического гасителя и величину демпфирования (от критического).

Таблица 1

Наименование	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тара вагона $P_r$ , кН	220	220	234	234	220	220	234	220	220	234
Вес груза $Q$ , кН	600	0	630	700	600	0	630	600	0	630
Вес необрессо- ренных частей вагона $G_{nr}$ , кН	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
Тип тележки	ЦНИИХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ	ЦНИИ-ХЗ	ЦНИИ-ХЗ	ЦНИИ-ХЗ (18-100)	ЦНИИ-ХЗ (18-100)
Жесткость рес- сорного комп- лекта тележки $S$ , кН/м	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000

Период синусоидальных регулярных неровностей пути соответствует длине рельсового звена  $L_p = 25$  м, максимальная глубина (высота) неровностей  $h = 6$  мм.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 1

Расчетные варианты конструкции вагона и его загрузки приведены в табл. 1.

Вес обрессоренных частей вагона, приходящийся на одну тележку, определяют по формуле

$$P_o = \frac{P_r + Q}{2} - G_n, \quad (1)$$

где  $P_o$  — вес обрессоренных частей вагона, Н;

$P_r$  — тара вагона, Н;

$Q$  — вес груза, Н;

$G_n$  — вес необрессоренных частей вагона, Н.

Обрессоренную массу вагона, приходящуюся на одну тележку, определяют в Н·с<sup>2</sup>/м по формуле

$$M_o = \frac{P_o}{g}, \quad (2)$$

где  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> — ускорение свободного падения тела.

По заданной жесткости рессорного комплекта тележки  $C$  и обрессоренной массе вагона, приходящейся на одну тележку, определяют круговую частоту подпрыгивания кузова вагона  $\nu$ , период колебаний  $T$  и линейную частоту  $n$ , по выражениям:

$$\nu = \sqrt{\frac{C}{M_o}}, \quad (3)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M_o}{C}}, \quad (4)$$

$$n = \frac{1}{T}. \quad (5)$$

Единицы измерения:  $\nu$  — рад./с;  $T$  — с;  $n$  — с<sup>-1</sup>.

Резонанс наступает при совпадении частот, в данном случае частоты подпрыгивания вагона  $v$  с частотой внешнего возмущения  $\omega$ , рад/с:

$$\omega = \frac{2\pi V}{L_n}, \quad (6)$$

где  $V$  — скорость движения вагона, м/с;  
 $L_n = L_p = 25$  м — длина рельсового звена, м.

Отсюда определяют резонансную скорость движения в м/с:

$$V = 3,6 \frac{L_n v}{2\pi}, \quad (7)$$

где  $v$  — круговая частота подпрыгивания кузова вагона, рад/с.

Потребный коэффициент относительного трения фрикционных клиновых гасителей колебаний или листовых рессор определяют по формуле

$$\varphi = \frac{\pi h}{4f_{ст}}, \quad (8)$$

где  $f_{ст} = \frac{P_0}{C}$  — статический прогиб рессорных комплектов, м;

$h = 6$  мм (0,06 м) — глубина (высота) неровности пути.

Условные коэффициент вязкого трения гидравлического гасителя и величину критического демпфирования можно получить из выражений:

$$\beta_y = \frac{2N\varphi}{\pi v Z_0} = \frac{hc}{v Z_0}, \quad (9)$$

$$\beta_{кр} = 2\sqrt{CM_0}, \quad (10)$$

где  $M_0$  — обрессоренная масса вагона, приходящаяся на одну тележку, кг;

$\beta_y$  — условный коэффициент вязкого трения, Н·с/м;

$\beta_{кр}$  — коэффициент критического демпфирования, [Н·с/м];  
 $N$  — сила нажатия в трущейся паре гасителя, Н;  
 $Z_0$  — статический прогиб рессорного комплекта (подвешивания вагона) при максимально допустимой осевой нагрузке, м,

$$Z_0 = 50 \text{ мм.}$$

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТЕЙШИХ СИСТЕМ

**Цель работы** — экспериментальное изучение колебательных процессов простейших систем.

**Средства (лабораторное оборудование и наглядные пособия):**  
колебательная система «груз на пружине»;  
колебательная система «двухмассовая система»;  
набор упругих элементов (пружины);  
приборы для измерения (и записи) линейных перемещений;  
таблицы, содержащие характеристики колебательных систем.

### **Порядок работы:**

Определить расчетом жесткость лабораторной пружины.

Выполнить экспериментальное определение жесткости лабораторной пружины.

Определить расчетом и проверить экспериментально жесткость систем, состоящих из нескольких пружин.

Определить расчетом и проверить экспериментально частоту собственных колебаний системы.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

### **1. Определение расчетом жесткости лабораторной пружины.**

Жесткость цилиндрической пружины определяют по известной из курса сопротивления материалов формуле

$$C = \frac{Gd^4}{8D^3N}, \quad (11)$$

где  $C$  — жесткость пружины, Н/м;

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  — модуль сдвига материала пружины, МПа;

$d$  — диаметр прутка, из которого навита пружина, м (рис. 1);

$D$  — средний диаметр пружины, м (рис. 1);

$N$  — число рабочих витков;

$E$  — модуль упругости, МПа,  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа;

$\mu$  — коэффициент Пуассона,  $\mu = 0,3$ .

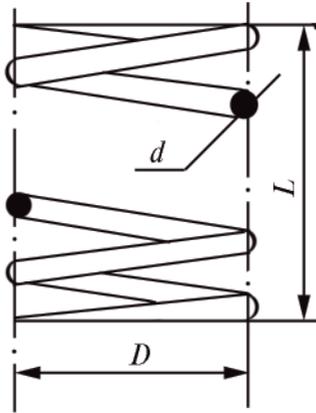


Рис. 1

## 2. Экспериментальное определение жесткости цилиндрической лабораторной пружины.

С помощью имеющегося в лаборатории мерительного инструмента (линейки, штангенциркуля и т.д.) измеряют высоту  $L_1$  лабораторной пружины без нагрузки. Предварительно взвешенный на весах груз весом  $P$  ставят на пружину и измеряют высоту пружины  $L_2$  с грузом. Разница между измерениями высоты называется статическим прогибом пружины  $f$ . Жесткость пружины подсчитывают по формуле

$$C = \frac{P}{L_1 - L_2} = \frac{P}{f}. \quad (12)$$

### 3. Расчетное и экспериментальное определение жесткости системы, состоящей из нескольких пружин.

Суммарную жесткость  $n$  последовательно соединенных пружин находят из выражения

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}, \quad (13)$$

где  $n$  — назначают исходя из имеющегося в лаборатории оборудования.

Суммарная жесткость параллельно соединенных пружин

$$C_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (14)$$

Расчет жесткости отдельно взятой пружины проводят по формуле (11).

Для определения экспериментальной жесткости системы, состоящей из нескольких параллельно установленных пружин, существует формула

$$C_{\text{общ}} = \frac{P}{L_c - L_{\text{гр}}}, \quad (15)$$

где  $C_{\text{общ}}$  — жесткость системы из нескольких пружин, Н/м;

$P$  — вес груза, Н;

$L_c$  — высота системы пружин без груза, м;

$L_{\text{гр}}$  — высота системы пружин с грузом, м.

### 4. Расчетное и экспериментальное определение частоты и периода собственных колебаний системы.

Период, круговая и линейная частота собственных колебаний системы определяют по следующим формулам:

$$\nu = \sqrt{\frac{C_{\text{общ}}}{M}}; \quad (16)$$

$$n = \frac{\nu}{2\pi}; \quad (17)$$

$$T = \frac{1}{n}, \quad (18)$$

где  $\nu$  — круговая частота колебаний, рад/с;

$M = \frac{P}{g}$  — масса груза, кг; 1 кг = 9,8 Н;

$P$  — вес груза, Н;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  — ускорение свободного падения;

$C_{\text{общ}}$  — жесткость системы пружин, Н/м;

$n$  — линейная частота колебаний, с<sup>-1</sup>;

$T$  — период колебаний, с;

$\pi = 3,14$ .

Экспериментальное определение частоты и периода собственных колебаний состоит в инструментальном измерении количества полных колебаний системы в течение заданного промежутка времени.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 СОСТАВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОЛЕБАНИЙ ВАГОНОВ

1. Составить систему дифференциальных уравнений вертикальных колебаний вагона (плоская задача), исходя из варианта, выбранного студентом на рис. 2 по последней цифре учебного шифра (варианты от первого до десятого). Рассматривается трехмассовая колебательная система.  $M_1$  — масса необрессоренных частей тележки,  $M_2$  — масса обрессоренных частей тележки,  $M_3$  — масса кузова груженого вагона.

2. Написать аналитическое выражение амплитуды вынужденных колебаний подпрыгивания кузова 4-осного вагона, взяв исходные данные из лабораторной работы № 1.

Рассчитать амплитуды колебаний подпрыгивания для интервала времени от 0 до 1 с через 0,1 с; построить график  $z = z(t)$ .

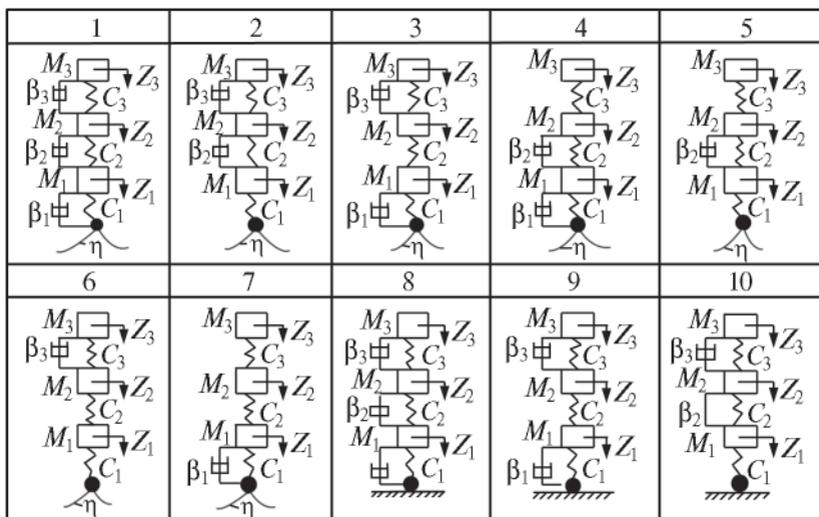


Рис. 2

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3

Составляют дифференциальные уравнения колебаний механической системы (двухмассовая система), показанной на рис. 3. Воспользовавшись методом Даламбера или уравнением

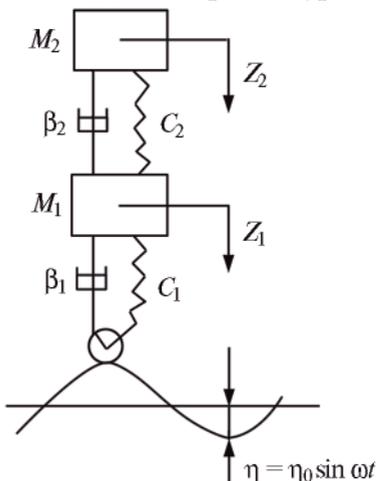


Рис. 3

Лангранжа второго рода, получают следующую систему дифференциальных уравнений:

$$M_2 \ddot{Z}_2 + \beta_2 (\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + C_2 (Z_2 - Z_1) = 0;$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 - \beta_2 (\dot{Z}_2 - \dot{Z}_1) + \beta_1 (\dot{Z}_1 - \dot{\eta}) - C_2 (Z_2 - Z_1) + C_1 (Z_1 - \eta) = 0.$$

Аналитическое выражение амплитуды вынужденных колебаний подпрыгивания кузова 4-осного грузового вагона имеет вид

$$Z = \frac{v^2 h}{v^2 - \omega^2} \left[ \cos \omega t + \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l_T}{l_H} \right) + \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l_B}{l_H} \right) + \cos \left( \omega t - \frac{2\pi(l_T + l_B)}{l_H} \right) - \cos vt \right],$$

где  $v$  — круговая частота собственных колебаний, рад/с (см. лабораторную работу № 1);

$\omega = 12,3$  — круговая частота внешнего возмущения, рад/с;

$h = 9$  — амплитуда внешнего возмущения, мм;

$l_T = 1,85$  — база тележки, м;

$l_H = 25$  — длина неровности, м;

$l_B = 10,0$  — база вагона, м.

Выполняют варианты расчета при различных значениях времени от 0 до 1 с через 0,1 с.

Затем строят график, показывающий изменение амплитуды вертикальных перемещений  $Z$  центра масс кузова движущегося вагона в интервале времени от 0 до 1 с.

Зависимость амплитуды вертикальных перемещений центра масс кузова движущегося 4-осного вагона в интервале времени от 0 до 1 с.

$t$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$Z$											

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КОЛЕБАНИЙ ВАГОНОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

Работу выполняют на ЭВМ по специальной прикладной программе, предоставляемой преподавателем. Цель работы — ознакомление с влиянием основных параметров рассматриваемых расчетных систем на их динамическое поведение и возникающие при этом колебательные процессы. Интерфейс прикладной программы предусматривает графический вывод решений в виде временных графиков компонент колебаний, а также эмуляцию их анимированных процессов, значительно повышающие наглядность и восприятие поведения динамической системы и влияния основных расчетных исходных параметров.

Рассматривают следующие расчетные динамические колебательные системы:

1. Экипаж с одноступенчатым рессорным подвешиванием (рис. 4).
2. Экипаж с двухступенчатым рессорным подвешиванием (рис. 5).
3. Двухосная тележка с одноступенчатым рессорным подвешиванием (рис. 6).

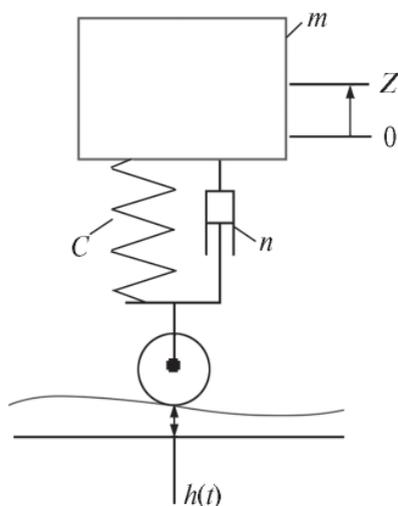


Рис. 4

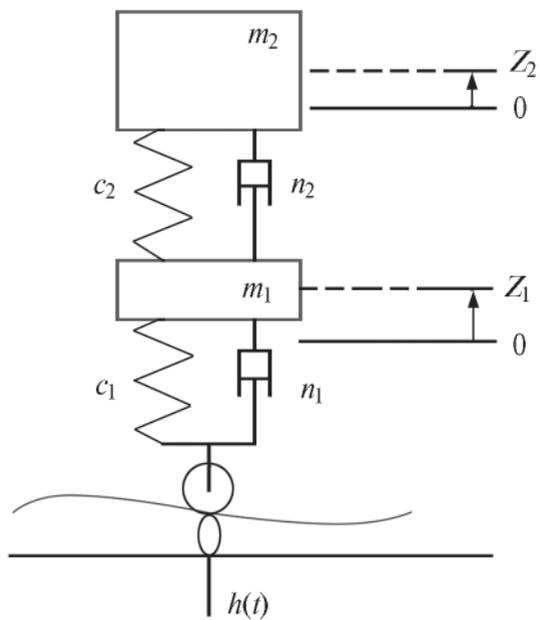


Рис. 5

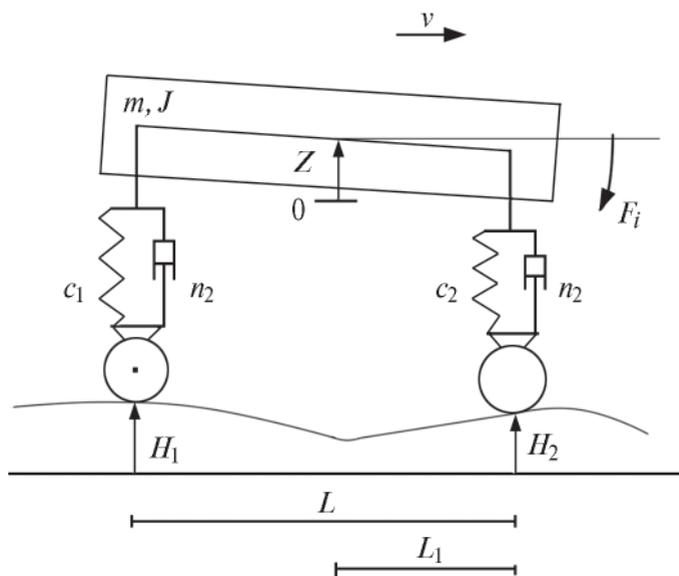


Рис. 6

4. Продольная динамика системы «локомотив-состав» (рис. 7).

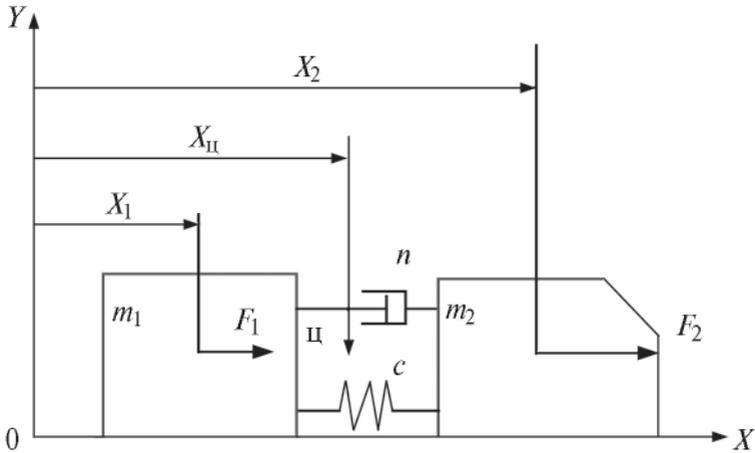


Рис. 7

В исходном меню программы последовательно выбирают и инициируют каждую из этих систем, причем в системах 1–3 рассматривают плоскую задачу вертикальных колебаний, и в 4-й системе — плоскую задачу продольного взаимодействия состава и локомотива.

1. Экипаж с одноступенчатым рессорным подвешиванием

Задают следующие параметры механической системы: масса  $m$ , кг; жесткость упругого элемента  $c$ , Н/м; коэффициент сопротивления демпфера  $n$ , Н/(м/с). Последовательно берут соответствующие значения параметров из табл. 1 и по результатам работы № 1 для порожнего и груженого грузового вагона.

Далее назначают параметры возбуждения (неровностей рельсового пути), входящие в аналитическое выражение возмущающей функции:

$$H(t) = H(1 - \cos(2\pi vt/L_n)),$$

где  $H$  — максимальная амплитуда неровностей, м;

$v$  — скорость движения, м/с;

$L_n$  — длина синусоидальной неровности пути, м.

Затем назначают параметры расчета (начальные условия):  
начальная координата вертикальных перемещений массы  
 $m$ ,  $Z$ , м;

$dz/dt$ , м/с;

шаг  $dt$ , с.

Результаты расчетов выводят в виде графиков:  $Z$  — подпрыгивание;  $Zt$  — скорость;  $Zt^2$  — ускорение;  $H$  — неровность пути под колесом;  $N$  — динамическая реакция колеса;  $Z' = Z - h$  — деформация рессорного комплекта (пружины).

2. Экипаж с двухступенчатым рессорным подвешиванием.

Преподаватель задает следующие параметры механической системы: масса  $m_1$ , кг; масса  $m_2$ , кг; жесткости упругих элементов  $c_1$ ,  $c_2$ , Н/м; коэффициенты сопротивления демпферов  $n_1$  и  $n_2$ , Н/(м/с).

Далее назначают параметры возбуждения (неровностей рельсового пути), входящие в аналитическое выражение возмущающей функции:

$$H(t) = H(1 - \cos(2\pi vt/L_H)),$$

где  $H$  — максимальная амплитуда неровностей, м;

$v$  — скорость движения, м/с;

$L_H$  — длина синусоидальной неровности пути, м.

Затем назначают параметры расчета (начальные условия):  
начальные координаты вертикальных перемещений масс  
 $m_1$  и  $m_2$  —  $Z_1$ ,  $Z_2$ , м;

$dz_1/dt$  ( $Z_1t$ ),  $dz_2/dt$  ( $Z_2t$ ) м/с;

шаг  $dt$ , с.

Результаты расчетов выводят в виде графиков:  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_{1,2}t$  — скорости;  $Z_{1,2}t^2$  — ускорения;  $H$  — неровность пути под колесом;  $N$  — динамическая реакция колеса;  $Z'_1 = Z_1 - h_1$  — деформация нижнего рессорного комплекта (пружины);  $Z'_2 = Z_2 - Z_1$  — деформация верхнего рессорного комплекта (пружины);  $Z_1, \dots, Z_1t$ ,  $Z_2, \dots, Z_2t$  — фазовые портреты.

3. Двухосная тележка с одноступенчатым рессорным подвешиванием.

Преподаватель задает следующие параметры механической системы: масса  $m$ , кг; момент инерции  $J$ , кг·м<sup>2</sup>; жесткости упругих элементов  $c_1, c_2$ , Н/м; коэффициенты сопротивления демпферов  $n_1$  и  $n_2$ , Н/(м/с); база тележки  $L$ , м. Расстояние от передней оси до центра масс  $L_1$ , м.

Далее назначают параметры возбуждения (неровностей рельсового пути), входящие в аналитическое выражение возмущающей функции:

$$H(t) = H(1 - \cos(2\pi vt/L_H)),$$

где  $H$  — максимальная амплитуда неровностей, м;

$v$  — скорость движения, м/с;

$L_H$  — длина синусоидальной неровности пути, м.

Затем назначают параметры расчета (начальные условия): начальная координата вертикальных перемещений центра масс  $m - Z$ , м;

$F_i$ , рад;

$dz/dt(Zt), dF_i/dt$ , рад/с;

шаг  $dt$ , с.

Результаты расчетов выводятся в виде графиков:  $Z, Zt$  — скорости;  $Ztt$  — ускорения;  $F_i$  — галопирование;  $F_it, F_it t, H_1, H_2$  — неровности пути под передним и задним колесами;  $N_{1,2}$  — динамические реакции колес;  $Z \dots Zt, F_i \dots F_it$  — фазовые портреты.

#### 4. Продольная динамика системы «локомотив-состав».

Преподаватель задает следующие параметры механической системы: массы  $m_1$  (состав);  $m_2$  (локомотив), кг. Жесткость межвагонной упругой связи  $c$ , Н/м. Коэффициент сопротивления демпфера межвагонной связи  $n$ , Н/(м/с).

Далее назначают параметры функций внешних сил:

$$F = a_1 + a_2 t + a_3 \sin(a_4 t)$$

$a_1, H: 1 \dots, 2 \dots$

$a_2, H: 1 \dots, 2 \dots$

$a_3, H: 1 \dots, 2 \dots$

$a_4, H: 1 \dots, 2 \dots$

Затем назначают параметры расчета (начальные условия):

$X_1$ , м,  $X_2$ , м,  $dX_1/dt$ , м/с,  $dX_2/dt$ , м/с, шаг  $dt$ , с.

Результаты расчетов выводятся в виде графиков:  $X_{ц}-X_0$  — движение центра масс  $Q_{ц}$ ,  $X_{ц}t$  — скорость движения центра масс  $Q_{ц}$ ,  $X_{ц}tt$  — ускорение движения центра масс  $Q_{ц}$ ,  $D_1, D_2$  — отклонения тел от положения статического равновесия, скорости  $X_1t, X_2t$ , ускорения  $X_1tt, X_2tt$ , силы продольного взаимодействия  $F_1, F_2$ .

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4**

Вариация исходных параметров рассматриваемых расчетных динамических систем предусматривает задание таких их значений, чтобы проиллюстрировать особенности поведения экипажей в случаях нормального состояния упругих элементов и гасителей колебаний рессорного подвешивания (расчетные исходные параметры) и наличия в системах тех или иных отклонений, например система с недостаточным демпфированием, передемпфированная система, завышенная (заниженная) жесткость рессорного подвешивания и т.д.

В ходе выполнения работы каждый из вариантов расчетов следует доводить до стадии анимированного процесса взаимодействия экипажа с путем, движений масс, гасителей колебаний, упругих элементов. Эти процессы студент описывает и зарисовывает.

По итогам лабораторной работы студент делает письменное развернутое аргументированное и подкрепленное эскизными иллюстрациями резюме об особенностях динамического поведения рассматриваемых расчетных систем.

# ДИНАМИКА ВАГОНОВ

Методические указания  
к выполнению лабораторных работ

Редактор *В.И. Чучева*  
Компьютерная верстка *О.А. Денисова*

*Переиздание*

---

Тип. зак.	Изд. зак. 106	Тираж 700 экз.
Подписано в печать 24.03.08	Гарнитура NewtonС	
Усл. печ. л. 1,25		Формат 60×90 <sub>1/16</sub>

---

Издательский центр  
Информационно-методического управления РОАТ,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

Участок оперативной печати  
Информационно-методического управления РОАТ,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2