

31/13/1

Одобрено кафедрой  
«Железнодорожная  
автоматика,  
телемеханика и связь»

Утверждено  
деканом факультета  
«Управление процессами  
перевозок»

**ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ  
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ АВТОМАТИКИ,  
ТЕЛЕМЕХАНИКИ И СВЯЗИ**

Рабочая программа  
и задания на контрольные работы № 1 и 2  
с методическими указаниями  
для студентов IV курса  
специальности

**190402 АВТОМАТИКА, ТЕЛЕМЕХАНИКА И СВЯЗЬ  
НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ (АТС)**



Москва — 2008

Рабочая программа составлена в соответствии с государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки инженера путей сообщения по специальности 190402 «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте».

С о с т а в и т е л и: канд. техн. наук, доц. В.В. Филенков,  
ассист. Н.А. Тарадин

Р е ц е н з е н т – д-р техн. наук, проф. И.П. Кнышев

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ  
ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНИКИ  
И СВЯЗИ

Рабочая программа  
и задания на контрольные работы № 1 и 2  
с методическими указаниями

Редактор *В.И. Чучева*  
Компьютерная верстка *Г.Д. Волкова*

---

Тип.зак.	Изд.зак. 301	Тираж 500 экз.
Подписано в печать 25.11.08	Гарнитура Newton	Усл.п.л. 2
Формат 60 × 90 <sup>1</sup> / <sub>16</sub>		

---

Издательский центр и Участок оперативной печати  
Информационно-методического управления РГОТУПС,  
125993, Москва, Часовая ул., 22/2

© **Российский государственный открытый технический университет  
путей сообщения, 2008**

## 1. ЦЕЛЬ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория передачи сигналов на железнодорожном транспорте» является базовой в системе подготовки специалистов по специальности «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте». Студенты изучают предлагаемую дисциплину на IV курсе.

**Целью дисциплины** является изучение теоретических основ функционирования систем передачи информации.

**Задачи дисциплины** изучить основные определения сообщений, сигналов и помех; преобразование сигналов в системах передачи; частотное и временное представление непрерывных сигналов как детерминированных процессов; ортогональные представления сигналов; элементы теории информации и информационных систем; основные показатели качества систем передачи информации; модуляцию сигналов; способы повышения верности при передаче информации по каналам с помехами; оптимизацию качества систем передачи информации.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучив дисциплину, студент должен:

2.1. Знать состав и назначение элементов обобщенной схемы передачи информации; способы временного и частотного представлений детерминированных и случайных, непрерывных, импульсных и цифровых сигналов; основные соотношения, определяющие производительность источников и пропускную способность каналов; способы решения задачи помехоустойчивого приема при обнаружении, различении, оценке параметров; основные способы модуляции, виды помехоустойчивых кодов, математические способы их описания, построения и области применения в каналах с различными статистиками ошибок; принципы разделения каналов в многоканальных системах.

2.2. Уметь выбирать способы модуляции, кодирования, приёма сигналов и других преобразований в соответствии с характеристиками каналов (уровнем помех, статистикой ошибок);

оценивать эффективность систем передачи информации и их возможности обеспечения необходимой скорости и вероятности передачи; разбираться в принципах работы новых систем передачи и функциях их элементов.

2.3. Иметь представление о способах построения модемов, кодирующих и декодирующих устройств, приемников информации и других преобразователей сигналов; о синтезе оптимальных фильтров; о направлениях развития способов и систем передачи информации на железнодорожном транспорте.

### 3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы	Всего часов	Курс – IV
Общая трудоемкость дисциплины	230	
Аудиторные занятия:	32	
лекции	16	
лабораторный практикум	16	
Самостоятельная работа	168	
Контрольные работы (количество)	30	2
Вид итогового контроля		Зачет, экзамен

### 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 4.1. РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ ЗАНЯТИЙ

Раздел дисциплины	Лекции, ч	Лабораторный практикум, ч
Введение	1	
Основы теории сигналов	6	12
Основы теории информации	1	
Элементы теории кодирования	1	
Модуляция сигналов	4	4
Оптимальный приём сигналов	1	
Способы повышения верности при передаче информации по каналам с помехами	2	

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1. Введение

Передача информации в системах управления железнодорожным транспортом. Основные определения.

Обобщенная схема системы передачи информации: источник информации, преобразование информации в сигнал, кодирование информации, модуляция, линия связи, помехи, приём сигналов, демодуляция, декодирование, окончательное представление информации.

Виды систем передачи информации: телефонная и телеграфная связь, передача информации по рельсовым цепям, радиосвязь, телевидение, громкоговорящая связь.

Основные характеристики системы связи: точность, помехоустойчивость, помехозащищенность, пропускная способность, электромагнитная совместимость, разрешающая способность, скрытность.

Направления решения задачи оптимизации систем передачи информации.

### *Раздел 2. Основы теории сигналов*

Понятие сигнала и его параметры. Разложение сигнала по ортогональным функциям. Преобразование Фурье. Спектры некоторых сигнальных функций. Спектры периодических и непериодических функций.

Дискретное представление сигналов. Теорема Котельникова. Погрешности восстановления аналогового сигнала. Влияние частоты дискретизации на восстановление аналогового сигнала. Аналого-цифровая форма представления сигнала.

Временное разделение каналов. Принципы разделения каналов в многоканальных системах.

Случайные сигналы и распределения вероятностей. Числовые характеристики случайных сигналов. Энергетический спектр случайных сигналов, корреляционный анализ. Флуктуационные помехи и белый шум.

### ***Раздел 3. Основы теории информации***

Определение основных понятий: информация, мера информации по Шеннону, энтропия. Единица измерения. Свойства энтропии, максимум энтропии, энтропия бинарной системы. Условная энтропия. Энтропия сложных сообщений. Взаимная информация. Энтропия непрерывной величины. Характеристики источников информации: информационная ёмкость, избыточность, производительность источника. Пропускная способность канала связи без шумов (теорема Шеннона). Эффективное кодирование, код Шеннона-Фано и код Хафмена. Пропускная способность дискретного канала с шумами. Пропускная способность непрерывного канала связи с шумами (теорема Шеннона). Объем сигнала. Сравнение дискретного и непрерывного каналов связи по пропускной способности.

### ***Раздел 4. Элементы теории кодирования***

Кодовое представление сигналов. Простейшие коды: двоично-десятичные, самодополняющие, рефлексные, код Грея. Теоретические основы помехоустойчивого кодирования. Принципы построения и возможности кодов. Классификация помехоустойчивых кодов. Код с удвоением элементов, код с четным числом единиц, инверсный код Бауэра. Блочные линейные корректирующие коды: групповые коды, код Хемминга, циклические коды. Код БЧХ. Рекуррентные коды: сверточные коды, код Финка-Хагельберга, алгоритм Витерби. Арифметические коды. Применение помехоустойчивых кодов в системах железнодорожной автоматики, телемеханики и связи.

### ***Раздел 5. Модуляция сигналов***

Задачи преобразования сигналов при передаче их по трактам с заданными свойствами.

Модуляция как управление информационным параметром сигнала-переносчика. Виды модуляции несущего колебания непрерывного, импульсного и широкополосного и их разновидности. Комбинированные виды модуляции. КАМ-модуляция.

Импульсно-кодовое и дельта-представление сигналов. Цифровые виды модуляции.

Алгоритмы преобразований сигналов при различных видах модуляции. Спектры сигналов при различных видах модуляции.

Демодуляция как восстановление переданных сообщений.

### ***Раздел 6. Оптимальный прием сигналов***

Потенциальная помехоустойчивость и задачи оптимального приема сигналов. Вычисление апостериорных вероятностей. Оптимальная обработка сигналов в бинарных каналах. Критерии оптимальности: Байеса, Котельникова. Оптимальный прием детерминированных сигналов, приёмник Котельникова. Оптимальный прием не полностью известных сигналов, приём радиоимпульсов с неизвестной начальной фазой, прием сигналов с неизвестным временем, некогерентная обработка принимаемых сигналов. Помехоустойчивость дискретных сигналов со случайными существенными параметрами.

Корреляционный прием и согласованная фильтрация сигналов. Согласованный фильтр для прямоугольного видеоимпульса, радиоимпульса. Дискретные и цифровые согласованные фильтры. Квазиоптимальная фильтрация.

Приём непрерывных сообщений, потенциальная помехоустойчивость разных видов модуляции.

### ***Раздел 7. Способы повышения верности при передаче информации по каналам с помехами***

Задача повышения верности передачи. Классифицирование методов повышения верности. Многократная передача информации. Передача по параллельным каналам связи. Системы с обратной связью: решающая (РОС) и информационная (ИОС) обратная связь.

Косвенные методы повышения верности — отказ от регистрации сигнала при снижении качества канала связи.

Применение сложных сигналов. Виды и характеристики сложных сигналов. Фазоманипулированные сигналы. Коды

Баркера, M-последовательности, многофазные сигналы. Формирование сигналов, приём и обработка. Асинхронно-адресные системы связи.

Возможности сжатия информации. Статистическое кодирование. Особенности сжатия речевых сигналов и изображения.

### 4.3. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Номер раздела дисциплины	Название и краткое содержание работы
2	Формирование сигналов. Изучаются и закрепляются способы математического представления сигналов, методы формирования сигналов в системах автоматики и связи
2	Исследование спектра периодических сигналов. Спектральный анализ периодических сигналов. Преобразование Фурье. Суммирование гармонических сигналов для получения исходного периодического сигнала
2	Дискретизация непрерывных сигналов. Определение спектра сигналов, расчет частоты дискретизации по теореме Котельникова. Исследование прохождения дискретизированных по времени сигналов по каналу связи. Погрешности восстановления аналогового сигнала. Влияние частоты дискретизации
5	Модуляция и манипуляция сигналами. Демодуляция. Амплитудная и частотная модуляция. Фазовая манипуляция. Амплитудная демодуляция

## 5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Каждому студенту с целью закрепления теоретического материала и приобретения навыков применения теории к решению конкретных практических задач следует ответить письменно на все контрольные вопросы, приведенные в [1] после каждого раздела теории, а также самостоятельно решить все задачи и выполнить упражнения. Итоги выполнения самостоятельной работы преподаватель подводит на специально организуемых консультациях.

Предусмотрено выполнение двух контрольных работ.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

#### *Основная*

1. Женко Л. А. Теория передачи сигналов на железнодорожном транспорте: Уч. пос. – Самара: СамГАПС, 2005. – 106 с.
2. Кловский Д. Д. Теория электрической связи: Уч. пос. – М.: Радио и связь, 2005. – 600 с.
3. Яглом А. М., Яглом И. М. Вероятность и информация: Учеб. – М.: КомКнига, 2007. – 512 с.

#### *Дополнительная*

1. Теория передачи сигналов на железнодорожном транспорте: Учеб. / Г.В. Горелов, А.Ф. Фомин, А.А. Волков, В.К. Котов. – М.: Транспорт, 2001. – 416 с.
2. Таныгин Ю. И. Теория передачи сигналов: Лекции. – М.: РГОТУПС, 2002. – 190 с.
3. Зюко А. Г., Кловский Д. Д., Назаров М. В., Финк Л. М. Теория передачи сигналов: Учеб. – М.: Радио и связь, 1986.
4. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. – М.: Радио и связь, 1986.
5. Карлащук В. И. Электронная лаборатория на IBM PC. Лабораторный практикум на базе Electronics Workbench и MATLAB. – М: СОЛОН-Пресс, 2004. – 800 с.

### **6.2. СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Обучающие и контролируемые компьютерные программы.

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специализированная лаборатория, оснащенная стендами по дисциплине и компьютерный класс с проектором или плазменными панелями.

## 8. КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Программа дисциплины отличается большим объемом теоретического материала, который необходимо изучить и закрепить путем ответов на контрольные вопросы, приведенные в каждом разделе [1], а также путем решения задач [1].

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

#### Задача 1-1

#### Количественное определение информации

Количество информации  $I(a_i)$ , содержащееся в символе  $a_i$ , выбираемом из ансамбля возможных значений  $\{a_i\}$ , ( $i = 1, 2, 3, \dots, L$ ), где  $L$  — объем алфавита, с вероятностью  $P(a_i)$  определяется из выражения

$$I(a_i) = -\log_2 P(a_i).$$

Основание логарифма может быть произвольным, оно определяет лишь систему единиц измерения количества информации. Если выбрано основание логарифма — 2, то информация измеряется в двоичных единицах (битах). Одна двоичная единица информации (1 бит) — это количество информации, содержащейся в одном из двух выбираемых с равной вероятностью символов.

Среднее количество информации  $H(A)$ , приходящееся на один символ выдаваемых дискретным источником независимых сообщений с объемом алфавита —  $L$ , можно найти как математическое ожидание (среднее значение) дискретной случайной величины  $I(a)$ , определяющей количество информации в одном случайно выбранном символе (знаке, букве)  $a_i$ :

$$H(A) = M \{I(a_i)\} = -\sum_{i=1}^L P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i).$$

Эта величина называется энтропией источника. Нетрудно показать, что максимальной энтропией обладает источник, состоящий из элементов с равными вероятностями, при этом максимальная энтропия определяется как:

$$H_{\max}(A) = \log_2 L,$$

где  $L$  — объем алфавита системы (источника  $\{a_i\}$ ). Так, для бинарного источника, у которого алфавит состоит из двух символов (букв) (например, 0 и 1):

$$H_{\max}(A) = \log_2 2 = 1 \frac{\text{бит}}{\text{символ}}.$$

Для русского алфавита, в котором 32 символа (буквы), если не разделять е, ё и ъ, ь, а учесть пробел между словами « — », при условии равномерности букв:

$$H_{\max}(A) = \log_2 32 = 5 \frac{\text{бит}}{\text{символ}}.$$

При создании информационных систем нужно стремиться повышать энтропию источника, тогда будет больше передаваться информации меньшим набором символов. Одной из информационных характеристик дискретного источника является избыточность:

$$R = \frac{H_{\max}(A) - H(A)}{H_{\max}(A)} = 1 - \frac{H(A)}{H_{\max}(A)} = 1 - \frac{H(A)}{\log_2 L}.$$

Избыточность источника зависит от протяженности статических связей между последовательно выбираемыми символами (памятью источника), так и от степени неравновероятности отдельных символов. Так, для русского языка при условии учета разной вероятности букв русского алфавита (см. прил. 1), энтропия на одну букву составит:

$$H_1(A) = 4,39 \frac{\text{бит}}{\text{символ}};$$

с учетом корреляции (связи) между двумя буквами:

$$H_2(A) = 3,52 \frac{\text{бит}}{\text{символ}};$$

символ с учетом корреляции между восемью буквами:

$$H_8(A) = 2,0 \frac{\text{бит}}{\text{символ}};$$

избыточность русской речи оказывается:

$$R = 1 - \frac{H_8(A)}{H_{\max}(A)} = 1 - \frac{2}{5} = 0,6.$$

В быту это нашло отражение в сокращении текста. Так можно понять слова ТЧК и ЗПТ, или предложение: «Для всех европ-х яз-ов изб-ть пр. один-ва». Избыточность появилась при становлении речи, как средства общения в условиях значительных помех, связанных с природными шумами и значительными расстояниями между объектами общения. Избыточность разговорных языков позволяет восстанавливать целые слова и фразы при их искажении под воздействием мешающих факторов.

В качестве примера найдем энтропию на символ, определенную в русской фамилии (Кузнецов), для чего в соответствии с прил. 1 выпишем вероятности появления букв (из которых состоит фамилия) и из прил. 2 выпишем значение  $[-P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i)]$ , затем, просуммировав последние значения, найдем энтропию, как среднее значение информации на одну букву:

Буква	К	У	З	Н	Е	Ц	О	В
$P(a_i)$	0,028	0,021	0,016	0,053	0,072	0,004	0,090	0,038
$P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i)$	0,144	0,117	0,095	0,224	0,270	0,032	0,312	0,179

$$H(A) = M \{I(a_i)\} = - \sum_{i=1}^L P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i) \frac{\text{бит}}{\text{символ}}.$$

Теперь определим избыточность информации, содержащейся в фамилии. За максимальное значение энтропии в русской речи примем значение  $H_1(A)$ , как учитывающее только неравномерность распределения вероятностей букв алфавита. Корреляционные связи между буквами фамилии не учитывались, поэтому  $H_2(A)$  и  $H_8(A)$  не рассматриваются. Итак, избыточность определяют из выражения

$$R = 1 - \frac{H(A)}{H_1(A)} = 1 - \frac{1,373}{4,39} = 0,687.$$

Избыточность в тексте фамилии — 0,7. Обычно в тексте фамилии избыточность порядка 0,5÷0,8.

Наиболее полную характеристику источника описывают термином — производительность источника (скорость создания сообщений, поток сообщений). Если в единицу времени источник выдает в среднем  $V_{\text{и}}$  символов (скорость источника), то среднее количество информации, создаваемой источником в единицу времени:

$$H'(A) = V_{\text{и}} \cdot H(A) = \frac{1}{T_{\text{ф}}} H(A),$$

где  $T_{\text{ф}}$  — средняя длительность одного символа (буквы). Если буквы алфавита передаются равномерным пятиэлементным (пятиимпульсным) кодом в соответствии с прил. 1, то длительность одной буквы будет одинакова для всех букв и равна  $5\tau_{\text{и}}$ . Для нашего примера

$$H'(A) = \frac{1}{5\tau_{\text{и}}} \cdot 1,373 = 0,275 \frac{\text{бит}}{\text{имп.}}$$

Если же длительность передачи букв неравномерным кодом разная, то  $T_{\text{cp}}$  – среднюю длительность одного символа (буквы) определяют по формуле

$$T_{\text{cp}} = \sum_{i=1}^L P(a_i) \cdot \tau(a_i) .$$

### ЗАДАНИЕ К ЗАДАЧЕ 1-1

1. Записать фамилию и имя студента.
2. Найти энтропию полученного сообщения, как среднюю информацию на один символ.
3. Определить избыточность текста полученного сообщения.
4. Вычислить производительность источника, передающего полученное сообщение.

### ЗАДАЧА 1-2

#### Помехоустойчивое кодирование

Помехоустойчивое кодирование служит для повышения достоверности передачи дискретной информации в реальных системах связи при наличии помех, искажающих передаваемую информацию. Свойство коррекции (исправления) искаженной кодовой информации реализуется за счет создания избыточного кода, что позволяет разделить все кодовые комбинации на разрешенные (искаженные). При приеме неразрешенной комбинации можно сделать вывод о нарушении истинности передачи, а при определенных условиях и исправить это нарушение (отнести значение неразрешенной комбинации к ближайшему значению разрешенной комбинации). Свойства обнаружения и исправления ошибок определяются дополнительными (проверочными) элементами (разрядами) кода, количество которых определяет возможности кода. Так, например, 1 или 2 дополнительных элемента позволяют обнаружить однократные (в одном разряде), при трех дополнительных (проверочных) элементах можно исправить однократные ошибки (в одном разряде). Лю-

бой блочный корректирующий код содержит  $n$  элементов, из которых  $k$ -информационных и  $r$ -проверочных (дополнительных) элементов. Тогда код обозначают: код  $(n, k)$ ,  $n=k+r$ .

Код Хемминга относится к блочным (каждый передаваемый символ передается двоичным кодом, где каждая разрешенная комбинация имеет длину —  $n$  элементов), делимым (в каждом блоке можно отдельно выделить информационные элементы и проверочные), систематическим (все передаваемые символы представляются одинаковым по размеру —  $n$ -блочным кодом). В теории кодирования действует арифметическое пространство, действия в котором определяются суммированием по модулю 2 (четностью), обозначается  $\oplus$  ( $1\oplus 1=0$ ;  $1\oplus 0=1$ ).

Длину кодовой комбинации  $n$ -кода Хемминга, исправляющего однократные ошибки при заданном числе информационных элементов  $k$ , можно определить из неравенства

$$2^k \leq \frac{2^n}{n+1}.$$

Для примера выберем число передаваемых информационных элементов  $k=4$  (при этом можно закодировать двоичным кодом  $2^k-1$  символов, т.е. 15). Тогда длина блока будет:

$$2^4 \leq \frac{2^n}{n+1}. \text{ При } n=7: 16 \leq \frac{2^7}{7+1}; 16=16.$$

Составим матрицу возможных однократных (в одном разряде) ошибок и «синдромов» ошибки (указатель разряда, в котором случилось ошибка).

Возможные ошибки	Разряд	«Синдром» ошибки
000001	1	001
000010	2	010
000100	3	011
0001000	4	100
0010000	5	101
0100000	6	110
1000000	7	111

Выберем места (разряды) для проверочных элементов, для чего выделяем те синдромы, где единица встречается один раз (первый второй и четвертый разряды). В остальных разрядах разместим передаваемую информацию, пусть это будет для примера число 1001:

$$\underline{1} \underline{0} \underline{0} \underline{a_4} \underline{1} \underline{a_2} \underline{a_1}.$$

Здесь  $a_1, a_2, a_4$  – проверочные элементы, которые найдем из данных информационных элементов по правилу, определяемому по столбцу синдрома и для примера будут:

$$a_1 = a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$a_2 = a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$a_4 = a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$$

Теперь запись закодированного блока: 1001100, где по-прежнему 1, 2, 4 – разряды проверочные.

Кодирование кодом Хемминга (7, 4) можно отобразить структурной схемой (см. рис.1).

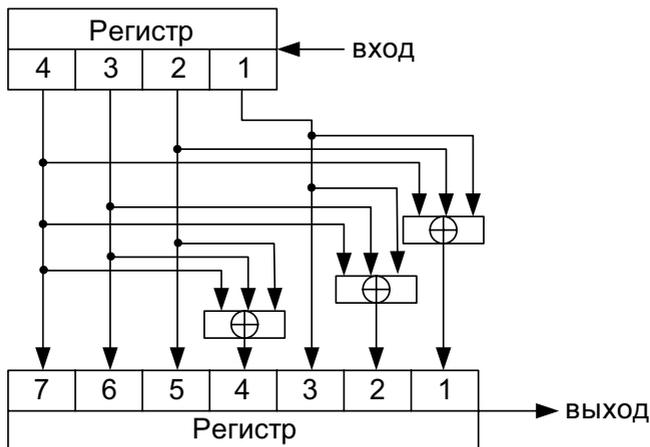


Рис.1

На приемной стороне проводится проверка принятой комбинации и в случае однократной ошибки определяется «синдром»

ошибки, указывающий место (разряд), где произошла ошибка. Исправление ошибки осуществляется простым инвертированием значения указанного разряда. Предположим, что ошибка произошла в шестом разряде, т.е. передавалась комбинация 1001100, а принята 1101100. Проверочные уравнения приводят к результату:

$$a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0,$$

$$a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1,$$

$$a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$$

Синдром ошибки – 110 указывает на ошибку в шестом разряде, исправим  $1 \rightarrow 0$  и получаем исправленную комбинацию в виде 1001100, что и передавалось.

## ЗАДАНИЕ К ЗАДАЧЕ 2

1. Выделить из фамилии студента первые три буквы и записать их обычным двоичным пятиэлементным кодом в соответствии с прил. 1.
2. Найти длину кода, если известно, что  $k = 5$  (пятиэлементная информационная комбинация), и код исправляет однократные ошибки.
3. Вывести кодирующие и проверочные уравнения для определенного в п.2 кода и закодировать кодом Хемминга первые три буквы фамилии студента.
4. Показать, как определяют однократные ошибки в третьем и в седьмом разряде (третья буква фамилии).
5. Построить структурную схему кодера выбранного кода Хемминга.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

### ЗАДАЧА 2-1

#### Спектральный состав ограниченной последовательности прямоугольных импульсов

Амплитудно-частотная характеристика спектральной плотности одиночного прямоугольного импульса (рис. 2).

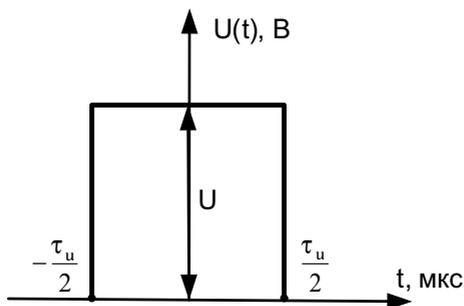


Рис. 2

$$U(\omega) = U\tau_u \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega\tau_u}{2}\right),$$

где

$$\operatorname{sinc}(y) = \frac{\sin(y)}{y}.$$

Его фазочастотная характеристика

$$\Theta(\omega) = -\pi n \text{ для рис. 2,}$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$

Эффективная ширина спектра импульса:

$$\Delta f = \frac{2}{\tau}; \quad \omega = 2\pi f.$$

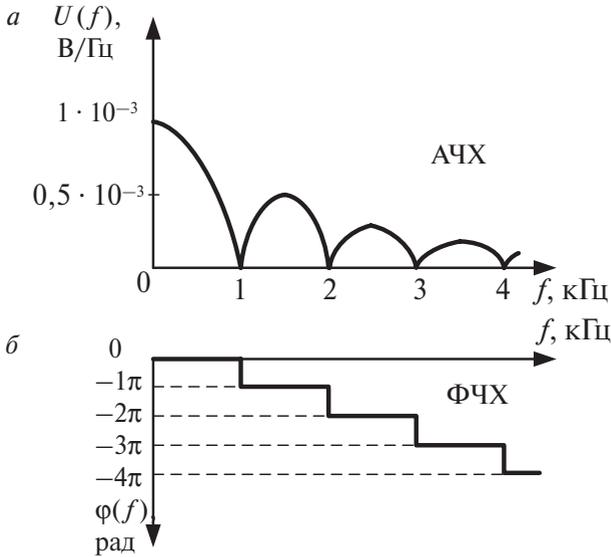


Рис. 3

**Пример расчета.**

Пусть  $\tau_{и} = 1$  мс,  $U = 1$  В (см. рис. 2).

Тогда

$$U(f) = \frac{1}{\pi f} |\sin(\pi f) \cdot 10^{-3}| \quad (\text{рис. 3, а});$$

$$\varphi(f) = \Theta(\omega) = -\pi n, \quad n \cdot 10^{-3} \leq f < (n+1)10^{-3}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{рис. 3, б}).$$

При расчете спектральной плотности пачек видеоимпульсов спектральную плотность первого импульса в пачке обозначают  $S_1(\omega)$ , тогда для второго импульса, сдвинутого относительно первого на период  $T$  (в сторону запаздывания),  $S_2(\omega) = S_1(\omega) e^{-i\omega T}$ , для третьего —  $S_3(\omega) = S_1(\omega) e^{-i2\omega T}$ .

Для группы из  $N$  импульсов спектральная плотность

$$S_N(\omega) = S_1(\omega) [1 + e^{-i\omega T} + e^{-i2\omega T} + \dots + e^{-i(N-1)\omega T}].$$

На частотах, отвечающих условию  $\omega = k2\pi/T$ , где  $k$  — целое число,  $S_N(\omega) = S_N(k2\pi/T) = NS_1(k2\pi/T)$ , т.е. модуль пачки в  $N$  раз больше модуля спектра одиночного импульса. Это объясняется тем, что спектральные составляющие различных импульсов с частотами  $k2\pi/T$  складываются с фазовыми сдвигами, кратными  $2\pi$  (т.е. синфазно).

При частотах

$$\omega = \left(\frac{1}{N}\right) \cdot \frac{2\pi}{T}$$

сумма векторов обращается в ноль, и суммарная спектральная плотность равна нулю. При промежуточных значениях частот модуль  $S(\omega)$  определяют как геометрическую сумму спектральных плотностей отдельных импульсов.

### Пример.

На рис. 5 показана спектральная плотность для двух пачек видео импульсов из трех (рис. 4) и четырех (см. рис. 5) импульсов в пачке со скважностью в обоих случаях  $Q = 3$  (при  $-\infty \leq \omega \leq +\infty$ ).

С увеличением числа импульсов в пачке спектральная плотность все более расщепляется и в пределе  $N \rightarrow \infty$  принимает линейчатую структуру. Пунктирными линиями показана спектральная плотность одиночного импульса.

## ЗАДАНИЕ К ЗАДАЧЕ 2-1

1. Рассчитать и построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики спектральной плотности одиночного прямоугольного видеоимпульса. Определить эффективную ширину спектра импульса  $\Delta f$ .

2. Рассчитать и построить спектральные плотности (модуль) пачек видеоимпульсов, взяв за единицу масштаба по оси  $Y$  спектральную плотность одиночного импульса. Исходные данные взять из табл. 1.

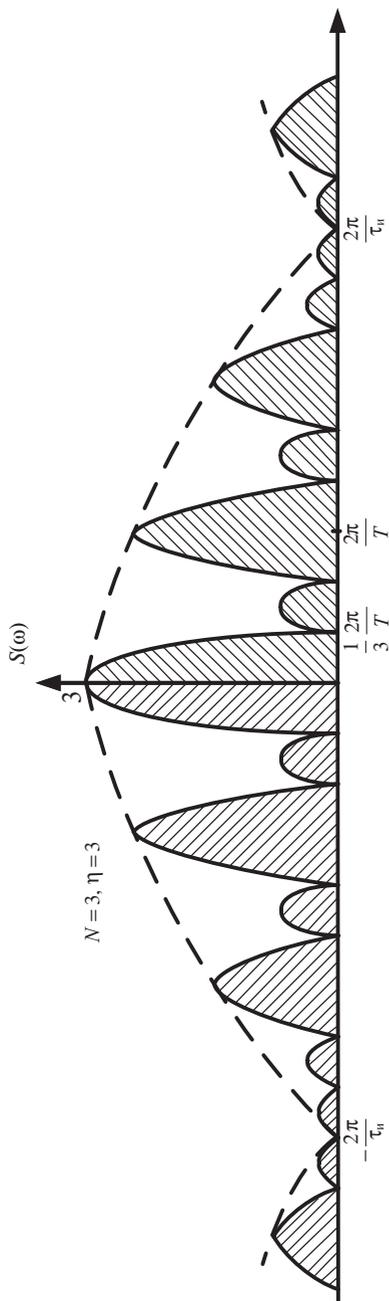


Рис. 4

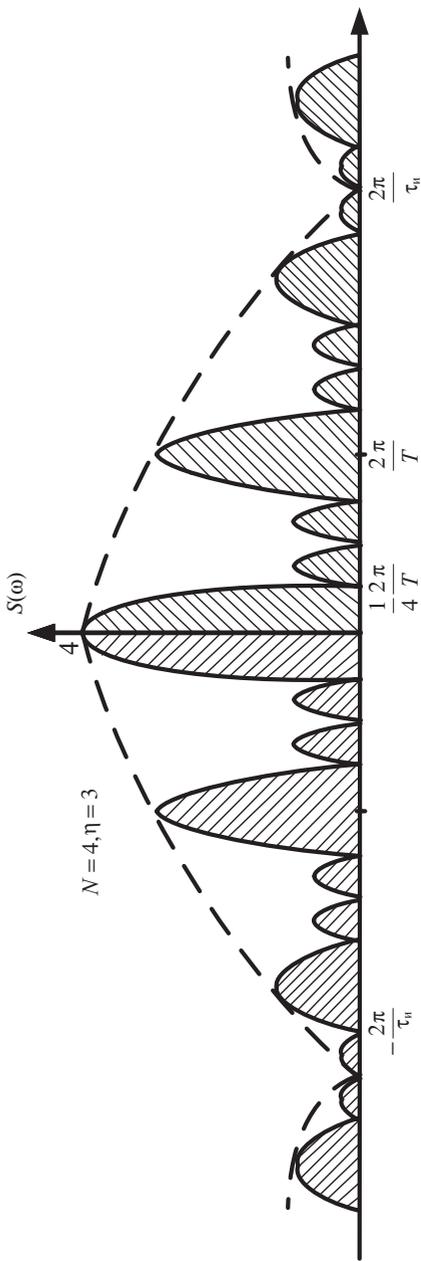


Рис. 5

Т а б л и ц а 1

Параметры	Вариант работы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Последняя цифра учебного шифра										
$U, В$	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$\tau_{и}, мкс$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Предпоследняя цифра учебного шифра										
$N$ импульсов	5	8	4	6	3	5	10	6	3	8
$Q$ (скважность)	3	5	4	8	3	6	5	8	4	10

## ЗАДАЧА 2-2

### Спектральный состав модулированных колебаний

1. Амплитудно-модулированное колебание (АМ) получают в результате воздействия на несущее гармоническое колебание с частотой  $\omega_0$  полезным сигналом модуляции, отображающим передаваемую информацию.

$$S(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad \varphi_0 = 0$$

приравняем

$$A(t) = A_0 + \Delta A x(t) = A_0 \left( 1 + \frac{\Delta A}{A_0} x(t) \right), \quad \frac{\Delta A}{A_0} = m,$$

где  $\Delta A$  — максимальное отклонение амплитуды;

$A_0$  — начальное значение амплитуды;

$x(t)$  — полезное модулирующее воздействие;

$m$  — глубина модуляции.

Модулированное по амплитуде колебание:

$$S(t) = A_0 [1 + mx(t)] \cdot \cos(\omega_0 t).$$

В качестве простейшего полезного информационного сигнала примем гармоническое низкочастотное колебание:

$$x(t) = \cos(\Omega t), \quad \Omega \ll \omega_0.$$

Преобразование выражения для  $S(t)$  дает:

$$S(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{mA_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t.$$

В результате получаем несущую  $A_0 \cos(\omega_0 t)$  и две боковых на частотах  $\omega_0 + \Omega$  и  $\omega_0 - \Omega$  с уровнями  $\frac{mA_0}{2}$  (рис.6).

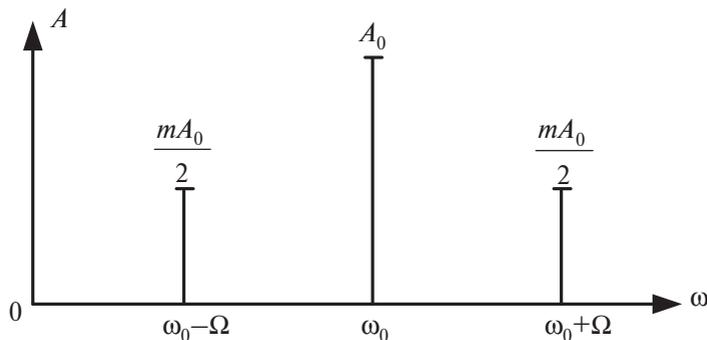


Рис. 6

2. При частотной модуляции по закону модулирующего полезного сигнала изменяется частота несущего колебания:

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta\omega x(t),$$

где  $\omega_0$  — начальное значение частоты несущего колебания;  
 $\Delta\omega$  — максимальное отклонение частоты (девиация).

Модулированное по частоте колебание

$$S(t) = A_0 \sin \psi(t) = A_0 \sin \left[ \int_0^t \omega(t) dt \right].$$

Изменение угла  $\psi(t)$  связано с изменением частоты через интегрирование  $\psi(t) = \int_0^t \omega(t) dt$ . Как и прежде  $x(t) = \cos \Omega t$ ,  $\frac{\Delta\omega}{\Omega} = m$  индекс модуляции.

$$S(t) = A_0 \sin \left\{ \int_0^t [\omega_0 + \Delta\omega x(t)] dt \right\} = A_0 \sin \left\{ \omega_0 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t \right\} =$$

$$= A_0 \left\{ I_0(m) \sin \omega_0 t + \sum_{k=1}^{\infty} I_k(m) [\sin(\omega_0 + k\Omega)t + (-1)^k \sin(\omega_0 - k\Omega)t] \right\},$$

где  $I_0(m)$  и  $I_k(m)$  — модифицированные функции Бесселя нулевого и  $k$ -порядка от аргумента  $m$  (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

$m$	$I_0$	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$
0	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,5	+0,94	+0,24	+0,01	0,00	0,00
1,0	+0,76	+0,44	+0,11	+0,02	+0,002
2,0	+0,22	+0,58	+0,35	+0,13	+0,003
3,0	-0,26	+0,34	+0,48	+0,31	+0,13
4,0	-0,18	-0,06	+0,36	+0,43	+0,28
5,0	-0,25	-0,33	+0,04	+0,36	+0,39

Спектр ЧМ колебания состоит из несущей  $\sin \omega_0 t$  с амплитудой  $I_0(m)$  и боковых на частотах  $\omega_0 + k\Omega$  и  $\omega_0 - k\Omega$ .

Практическую ширину спектра при угловой модуляции (ЧМ и ФМ) определяют числом гармонических составляющих, равным  $N=2(m+1)+1$  независимо от частоты модуляции. Амплитуду каждой составляющей спектра  $U_m = A_0 \cdot I_0(m)$  находят из табл. 2. Например, для  $m = 0,5$   $I_0 = +0,94$ ;  $I_1 = +0,24$ ;  $I_2 = +0,901$ .

Всего можно определить пять гармонических составляющих: несущую с амплитудой  $A_0$  и по две боковых:  $\omega_0 + \Omega$ ,  $\omega_0 + 2\Omega$ ,  $\omega_0 - \Omega$ ,  $\omega_0 - 2\Omega$ , уровень остальных крайне мал и ими можно пренебречь. Графически амплитудный спектр ЧМ колебания для примера представлен (без учета фазы гармоник) на рис. 7.

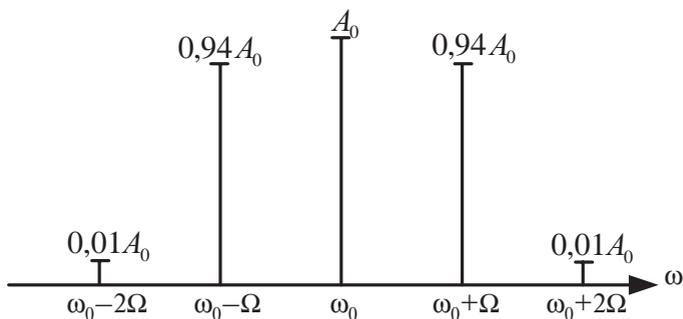


Рис. 7

### ЗАДАНИЕ К ЗАДАЧЕ 2-2

1. Рассчитать уровни гармонических составляющих и построить графическое отображение амплитудно-частотного спектра для АМ и ЧМ колебаний с учетом фазы гармоник:

а) для амплитудной модуляции (табл. 3)

$m$  – глубина модуляции равна  $m = 0, N$ ,

где  $N$  – последняя цифра шифра студента (цифра 0 означает  $m=1,0$ );

частота несущего колебания – 100 кГц, несущая модулируется одновременно двумя гармоническими сигналами с частотами  $f_1 = M$  и  $f_2 = 2M$ , где  $M$  – предпоследняя цифра шифра студента;

б) для частотной модуляции задается последняя цифра шифра.

Т а б л и ц а 3

Параметры	Варианты (последняя цифра учебного шифра)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$m$	1	2	3	4	5	4	3	2	1	5
$f_{\text{нес}}$ , МГц	2	150	330	440	330	150	2	150	330	440
$F_{\text{мод}}$ , кГц	0,5	1,0	2,0	3,0	2,0	1,0	0,5	1,0	2,0	3,0

2. Девиацию частоты ( $\Delta f_d$ ) необходимо найти из значения индекса модуляции

$$m = \frac{\Delta f_d}{F_{\text{мод}}}.$$

*Примечание.* Круговая частота  $\omega$ , рад/с, и герцовая частота  $f$ , Гц, связаны выражением

$$\omega = 2\pi f.$$

### ЗАДАЧА 2-3

#### Оптимальный прием сигналов. Согласованная фильтрация

1. Для нахождения комплексного коэффициента передачи согласованного фильтра надо знать комплексную спектральную плотность сигнала, пропускаемого через фильтр. Прямоугольный видеоимпульс имеет комплексную спектральную плотность

$$S(\omega) = \frac{A(1 - e^{-i\omega\tau_n})\Delta f_d}{i\omega},$$

где  $A$  — амплитуда импульса.

Согласованный фильтр должен иметь коэффициент передачи  $K_\Phi$ , комплексно сопряженный со спектральной плотностью  $S^*(\omega)$  заданного сигнала (в нашем случае с прямоугольным видеоимпульсом):

$$K_\Phi(i\omega) = K_0 S^*(\omega) e^{-i\omega\tau_n},$$

где  $K_0$  — постоянный коэффициент, имеющий размерность, обратную спектральной плотности сигнала,  $[1/S(\omega)]$ ;

$$S^*(\omega) = \frac{A(1 - e^{i\omega\tau_n})}{(-i\omega)}.$$

комплексно сопряженная спектральная плотность прямоугольного видеоимпульса.

Таким образом,

$$K_{\phi}(i\omega) = \frac{K_0 A(1 - e^{i\omega\tau_{\text{и}}})}{(-i\omega)} e^{-i\omega\tau_{\text{и}}} = \frac{K_0 A(1 - e^{-i\omega\tau_{\text{и}}})}{i\omega}.$$

Коэффициент  $K_{\phi}(i\omega)$  отличается от спектральной плотности видеоимпульса только постоянным коэффициентом  $A$ .

Структурная схема фильтра синтезируется по виду  $K_{\phi}(i\omega)$  (рис. 8). Входящий в  $K_{\phi}(i\omega)$  множитель  $1/i\omega$  реализуется интегрирующим звеном, а множитель — устройством вычитания, к которому сигнал попадает без задержки и с задержкой на  $\tau_{\text{и}}$  через линию задержки. Передаточная функция идеальной линии задержки (без потерь) равна  $e^{-i\omega\tau_{\text{и}}}$ .

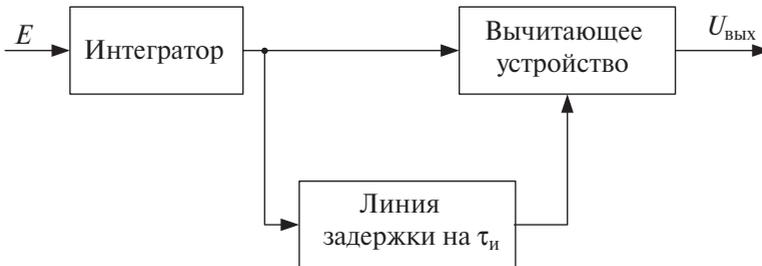


Рис. 8

Отношение максимума сигнала на выходе к среднеквадратичному значению белого шума (помехи)  $N$  по напряжению равно

$$\eta = \frac{C}{\text{Ш}} = \sqrt{E / N_0(\omega)},$$

где  $E = A^2 \tau_{\text{и}}$  — энергия сигнала.

2. Задана интегрирующая  $RC$ -цепь; постоянная времени цепи  $T = RC$  (рис. 9).

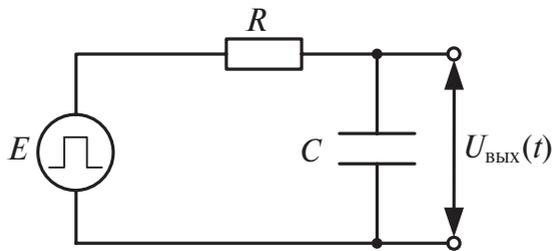


Рис. 9

Интегрирующая  $RC$ - цепь, как фильтр нижних частот, представляет для видеоимпульса квазисогласованный фильтр при оптимальном соотношении между длительностью импульса —  $\tau_{\text{и}}$  и постоянной времени  $RC$ - цепи —  $T_{\text{ц}}$ .

Максимальное значение сигнала на выходе  $U_{\text{ВЫХ}}(t)$  будет в момент времени  $t = \tau_{\text{и}}$ , т.е.

$$U_{\text{ВЫХ}}(t) = e(1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T}).$$

Спектральная плотность мощности белого шума на выходе цепи

$$W_{\text{ВЫХ}}(t) = N_0(\omega)K^2(\omega) = \frac{N_0}{1 + (\omega T)^2},$$

где  $K^2(\omega)$  — квадрат модуля коэффициента передачи интегрирующей  $RC$ -цепи по напряжению.

Среднеквадратическое значение напряжения шума на выходе цепи:

$$\sigma_{\text{ВЫХ}} = \left\{ \frac{N_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{1 + (\omega T_{\text{ц}})^2} \right\}^{1/2} = \left( \frac{N_0}{2T_{\text{ц}}} \right)^{1/2}.$$

Отношение сигнал/шум на выходе цепи по напряжению:

$$\eta_2 = \frac{U_{\text{ВЫХ}}(t)}{\sigma_{\text{ВЫХ}}} = \frac{A(1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T_{\text{ц}}})}{\sqrt{N_0/2T_{\text{ц}}}} = \sqrt{\frac{A^2 \tau_{\text{ц}}}{N_0}} \sqrt{\frac{2T_{\text{ц}}}{\tau_{\text{и}}}} (1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T_{\text{ц}}}).$$

Запишем отношения:

$$\eta_2 / \sqrt{\frac{A^2 T_{\text{ц}}}{N_0}} = \sqrt{\frac{2T_{\text{ц}}}{\tau_{\text{и}}}} (1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T_{\text{ц}}}).$$

Зависимость от  $\tau_{\text{и}}/T$  представлена на рис. 10.

При  $\tau_{\text{и}} = T_{\text{ц}}$  коэффициент

$$\sqrt{\frac{2T_{\text{ц}}}{\tau_{\text{и}}}} (1 - e^{-\tau_{\text{и}}/T_{\text{ц}}}) = \sqrt{2} \cdot 1 \cdot (1 - e^{-1}) = 0,9 \approx 1 \text{ дБ}$$

характеризует уменьшение отношения С/Ш в интегрирующем RC-фильтре при прохождении через него прямоугольного видеоимпульса и при действии на входе «белого» шума по сравнению с оптимальным (согласованным) фильтром в п.1 задачи 2.

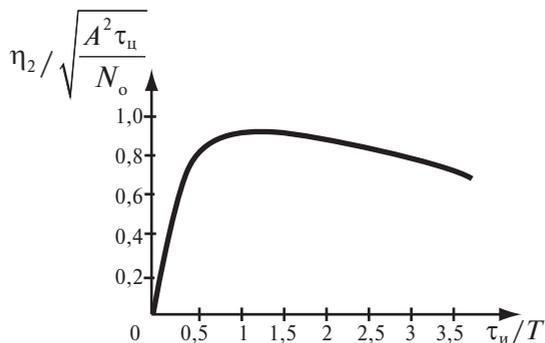


Рис.10

### ЗАДАНИЕ К ЗАДАЧЕ 2-3

1. Определить коэффициент передачи согласованного фильтра для видеоимпульса прямоугольной формы; синтезировать его структурную схему. На входе фильтра вместе с импульсом действует «белый» шум со спектральной плотностью  $W_0(\omega)$ . Вычислить отношение сигнал/шум на выходе фильтра.

2. Пропустить видеоимпульс вместе с шумом через интегрирующую RC-цепь и рассчитать отношение сигнал/шум на выходе цепи. Построить график отношения сигнал/шум от величины  $\tau_{и}/T_{ц}$  и по нему найти величину C/Ш при  $\tau_{и}=T_{ц}=RC$ . Определить потери (в децибеллах) отношение C/Ш по сравнению с расчетом в п.1.

Исходные данные взять из табл.4.

Т а б л и ц а 4

Параметры	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Последняя цифра учебного шифра										
$\tau_{и}, \text{мс}$	0,5	1	3	1,5	2	0,8	2,5	1,6	1	2
$A, \text{В}$	9	7	2	4	5	8	4	6	3	1
Предпоследняя цифра учебного шифра										
$10^{-2} N_0(\omega), \text{В}^2/\text{Гц}$	9	5	1	2	4	6	7	5	3	2
$R10^3, \text{Ом}$	5	1	3	15	1	2	2,5	2	1	3
$C10^{-6}, \text{Ф}$	0,1	1	1	0,1	2	0,5	1	0,8	1	1

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**

**Русский алфавит с указанием вероятности появления букв  
в тексте**

№ п/п	Дв. код	Буква	$P(a_i)$	№ п/п	Дв. код	Буква	$P(a_i)$
1	00001	А	0,062	17	10001	Р	0,040
2	00010	Б	0,014	18	10010	С	0,045
3	00011	В	0,038	19	10011	Т	0,053
4	00100	Г	0,013	20	10100	У	0,021
5	00101	Д	0,025	21	10101	Ф	0,002
6	00110	Е, Ё	0,072	22	10110	Х	0,009
7	00111	Ж	0,007	23	10111	Ц	0,004
8	01000	З	0,016	24	11000	Ч	0,012
9	01001	И	0,062	25	11001	Ш	0,006
10	01010	Й	0,010	26	11010	Щ	0,003
11	01011	К	0,028	27	11011	Ь, Ы	0,014
12	01100	Л	0,035	28	11100	Ы	0,016
13	01101	М	0,026	29	11101	Э	0,003
14	01110	Н	0,053	30	11110	Ю	0,006
15	01111	О	0,090	31	11111	Я	0,018
16	10000	П	0,023	32	00000	« _ » пробел	0,175

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Значение произведения  $P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i)$

$P(a_i)$	$P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i)$	$P(a_i)$	$P(a_i) \cdot \log_2 P(a_i)$
0,001	0,010	0,040	0,186
0,002	0,018	0,042	0,192
0,003	0,025	0,044	0,198
0,004	0,032	0,045	0,201
0,005	0,038	0,046	0,204
0,006	0,044	0,048	0,210
0,007	0,050	0,050	0,216
0,008	0,055	0,052	0,222
0,009	0,061	0,053	0,224
0,010	0,066	0,054	0,227
0,011	0,071	0,056	0,232
0,012	0,076	0,058	0,238
0,013	0,081	0,060	0,243
0,014	0,086	0,062	0,250
0,015	0,090	0,065	0,256
0,016	0,095	0,070	0,268
0,017	0,099	0,072	0,270
0,018	0,104	0,080	0,291
0,019	0,108	0,085	0,302
0,020	0,113	0,090	0,312
0,021	0,117	0,100	0,332
0,022	0,121	0,11	0,350
0,023	0,125	0,12	0,367
0,024	0,129	0,14	0,397
0,025	0,133	0,16	0,423
0,026	0,137	0,18	0,445
0,028	0,144	0,20	0,464
0,030	0,152	0,25	0,500
0,032	0,159	0,30	0,521
0,034	0,66	0,35	0,530
0,035	0,169	0,40	0,528
0,036	0,172	0,45	0,518
0,038	0,179	0,50	0,500